

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА, ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
И ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

ГЕОГРАФИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

На правах рукописи

КОНДРИН АЛЕКСЕЙ ТРОФИМОВИЧ

УДК 551.466.2/4+627.223.6

ИССЛЕДОВАНИЕ СЕИШЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧЁРНОГО МОРЯ

II.00.08 - Океанология

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата географических наук

Москва - 1987

Работа выполнена на кафедре океанологии географического факультета Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова и в Морском гидрофизическом институте АН УССР

Научный руководитель - член-корреспондент АН УССР

Н.П.Булгаков

Научный консультант - кандидат географических наук,  
ст. научный сотрудник В.А.Иванов

Официальные оппоненты - доктор географических наук,  
ст. научный сотрудник В.И.Зац,  
- кандидат географических наук,  
ст. научный сотрудник В.Н.Большаков

Ведущая организация - Институт озероведения АН СССР

Защита состоится "12" ноября  
в 15 час. 00 ми  
рологического сове  
университете им. М  
ГСП-3, Ленинские г  
ауд. 18-01.

С диссертацией мо  
факультета МГУ на

Автореферат разосл

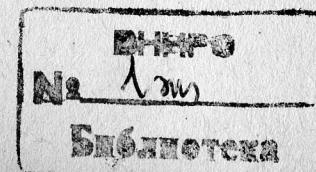
Учёный секретарь си  
вета при МГУ, канди

- I -

#### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Значительные успехи, достигнутые в последние десятилетия в изучении океанов и морей, показали, что поля океанологических характеристик отличаются значительной изменчивостью в пространстве и времени. Важный вклад в общую изменчивость океанологических характеристик вносят мезомасштабные процессы с периодами от часов до нескольких суток /Монин и др., 1974/. Необходимость изучения мезомасштабных колебаний определяется их значительной ролью в процессах переноса механической энергии, горизонтального и вертикального обмена вод, а также связанных с последним процессах переноса тепла, солей и других субстанций. Кроме того, мезомасштабные процессы важны сами по себе, как одна из главных причин изменчивости океанологических полей. В океане к мезомасштабным процессам относятся инерционные и приливные колебания, а также гравитационные внутренние волны. В замкнутых морях к перечисленным выше добавляются собственные, или сейшевые, колебания, параметры которых определяются размерами и формой бассейна.

В последнее время в результате проведения крупных океанологических экспериментов достигнуты значительные успехи в исследованиях изменчивости океанологических полей в океане, в том числе и мезомасштабной. В замкнутых морях, в частности в Чёрном, мезомасштабные колебания, в том числе и сейши, изучены очень слабо. По данным наблюдений над колебаниями уровня моря выделены периоды поверхности сейши, однако об их пространственной структуре мы знаем очень мало. Сведения о внутренних сейшах в Чёрном море противоречивы и слабо обоснованы. Совершенно не изучена проблема взаимодействия поверхностных и внутренних сейш. Такое положение, а



также всё сказанное выше о мезомасштабных колебаниях, определяет актуальность выбранной темы.

Цель работы состоит в исследовании поверхностных и внутренних сейсмовых колебаний и их роли в динамике вод Чёрного моря с помощью теоретических расчётов и на основе статистической обработки данных наблюдений над колебаниями уровня моря и скорости течений. Для достижения этой цели поставлены следующие задачи: разработка и реализация численной двухслойной модели для исследования длинных волн в замкнутых морях, возбуждаемых ветром и изменениями атмосферного давления; расчёт с помощью численной модели пространственно-временных характеристик сейсмовых колебаний Чёрного моря при различных полях ветра и атмосферного давления; исследование спектральных характеристик колебаний уровня моря и скорости течений и их распределения по акватории моря; сопоставление результатов теоретических расчётов с данными натурных наблюдений.

Фактический материал. В работе использованы ряды наблюдений над колебаниями уровня длительностью два месяца и дискретностью I час в восьми портах Чёрного моря: Батуми, Поти, Туапсе, Керчь, Феодосия, Ялта, Севастополь и Одесса. Для исследования колебаний скорости течений использованы данные измерений с помощью самописцев ЕПВ на девяти АЕС. Измерения проводились в августе 1975 и 1976 годов на горизонтах от 15 до 1000 м с дискретностью 10 минут. Длительность измерений от 5 до 14 суток. Использованы также данные о ветре и атмосферном давлении за период измерений.

Методы исследований. Для теоретических расчётов использовался метод математического моделирования с численной реализацией на ЭВМ. Для определения характеристик колебаний уровня моря и скорости течений применён спектральный анализ с использованием быстрого преобразования Фурье. Векторные временные ряды обрабатыва-

лись путём разложения на широтную и меридиональную составляющие, а также с помощью метода вращательных компонентов. Численное моделирование сейсмовых колебаний выполнено на ЭВМ БЭСМ-6 в вычислительном центре АН СССР. Обработка данных наблюдений выполнена на ЭВМ БЭСМ-6 и ЕС-1033 в вычислительных центрах АН СССР и Морского Гидрофизического института АН УССР.

Научная новизна работы. Впервые для Чёрного моря с помощью численной двухслойной модели определены параметры поверхностных и внутренних сейсмовых колебаний и их пространственная структура. В предложенной модели длинных волн в замкнутых водоёмах учитываются нелинейные адvectionные члены, вращение Земли, касательное напряжение ветра, градиент атмосферного давления, боковой турбулентный обмен, вертикальная стратификация, трение на дне и поверхности раздела слоёв жидкости. В такой полной постановке численные расчёты поверхностных и внутренних сейсмовых колебаний в Чёрном море проведены впервые. Это также относится и к другим нашим замкнутым морям. На основе сопоставления результатов наблюдений и теоретических расчётов впервые сделаны обоснованные выводы относительно пространственно-временных характеристик внутренних сейсмовых колебаний в Чёрном море.

Практическая ценность работы. Результаты работы могут быть использованы при оценке интенсивности горизонтального и вертикального перемешивания вод, обусловливающего процессы переноса различных субстанций. Такие оценки необходимы при изучении, например, распространения загрязняющих веществ. Результаты работы, определяющие характеристики одного из видов мезомасштабной изменчивости, могут быть также использованы при изучении распространения звука в море и планировании дальнейших исследований мезомасштабных колебаний в Чёрном море, как теоретических, так и экспе-

риментальных. Предложенная модель может быть использована для изучения мезомасштабной и синоптической изменчивости в Чёрном и других замкнутых морях.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на семинарах кафедры океанологии МГУ и отдела физической океанографии МГИ АН УССР /1984 - 1985 гг./, на I Всесоюзной школе по изучению морских течений /Светлогорск, 1981/, на I Всесоюзной конференции по энергетике океана /Владивосток, 1983/, на II Всесоюзном симпозиуме "Тонкая структура и синоптическая изменчивость морей и океанов" /Таллин, 1984/, на заседаниях Бассейновой секции Индийского океана и южных морей ГКНГ СССР /Севастополь, 1985/ и опубликованы в 6 работах.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. В ней 135 страниц машинописного текста, включая 1 таблицу и 29 рисунков. В списке литературы - 83 наименования, в том числе - 52 работы зарубежных авторов.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, поставлены основные задачи исследования, показана научная новизна и практическая ценность работы.

Первая глава содержит изложение теории сейш, методов расчёта их характеристик, современных представлений об их свойствах, а также результатов предыдущих исследований сейшевых колебаний в Чёрном море.

Сейшевые колебания в замкнутых бассейнах описываются с помощью уравнений теории мелкой воды. Создание классической теории свободных колебаний жидкости в частично или полностью замкнутых бас-

сейнах завершилось в основном в тридцатые годы текущего столетия и её наиболее полное и последовательное изложение содержится в монографии Г.Ламба /1947/. В рамках этой теории получены решения для узкого класса задач, описывающих сейши в водоёмах простейших геометрических форм. Простейшую задачу представляют собой свободные колебания жидкости в замкнутом узком прямолинейном канале с постоянным прямоугольным сечением. Решение этой задачи приводит к известной формуле Мериана

$$T_n = 2\ell/n\sqrt{gh},$$

/ 1 /

где  $T_n$  - период,  $\ell$  - длина канала,  $g$  - ускорение свободного падения,  $h$  - глубина,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Имеются также решения для каналов переменной глубины, сводка которых дана в обзоре Б.Вильсона /1972/.

Для расчёта параметров сейшевых колебаний в естественных водоёмах с произвольным профилем дна в рамках одномерной задачи были разработаны различные методы. Такие методы были предложены П.Дюбуа, К.Хонда с сотрудниками, Д.Кристалом, А.Дефантом, К.Хидака и Д.Праудманом. Как показывают приведённые в первой главе примеры, в рамках одномерной задачи теории сейш были достигнуты значительные успехи. Однако, вследствие предположения, что движение зависит только от одной координаты, эта теория даёт наилучшие результаты для водоёмов вытянутой формы. В перечисленных выше методах расчёта параметров сейш не учитывается сила Кориолиса, что оправдано только для узких вытянутых бассейнов и если период сейш намного меньше инерционного. В случае крупных бассейнов произвольной формы, в которых длина сравнима с шириной, эти методы могут привести к существенным ошибкам и не дают реалистического представления о пространственном распределении фаз и амплитуд колебаний.  
2-1299

Добавим также, что в перечисленных методах расчёта сейшевых колебаний не рассматриваются механизмы возбуждения сейш.

В рамках двумерной задачи теории сейш точные аналитические решения имеются для кругового слоя воды постоянной глубины, для круглого бассейна с глубиной, меняющейся по параболическому закону, для бассейнов эллиптической формы и некоторых других.

В крупных водоёмах, где периоды собственных колебаний сравнимы с инерционным, становятся существенными геострофические эффекты. Как показал Д.Праудман /1953/, влияние силы Кориолиса приводит к тому, что узловая линия и положение максимального подъёма уровня вращаются в северном полушарии против часовой стрелки. То есть возникает волна, называемая стоячей волной Кельвина. Вектор скорости в северном полушарии при сейшевых колебаниях также вращается против часовой стрелки.

Для расчёта двумерных сейш в бассейнах произвольной формы со сложным рельефом дна в настоящее время широко применяются численные методы интегрирования уравнений теории мелкой воды. Такие расчёты были выполнены для многих реальных бассейнов /Platzman, 1972; Mortimer, Fee, 1976; Rao, Schwab, 1976/, причём сопоставление с результатами наблюдений показало их высокую точность. Эти расчёты подтвердили, что сейшевые колебания образуют положительные /вращающиеся в северном полушарии против часовой стрелки/ амфицротические системы. В модах колебаний выше третьей могут встречаться и аномальные отрицательные амфицротики, что, по-видимому, объясняется донным трением. Для положительных амфицротий вращение Земли приводит к уменьшению частоты колебаний, для отрицательных - к увеличению. Неучёт двумерности задачи приводит к уменьшению расчётных периодов колебаний.

В стратифицированных бассейнах возникают внутренние сейши - то

есть стоячие внутренние волны. Для расчёта периодов внутренних сейш в прямоугольном озере длиной  $\ell$ , состоящего из двух однородных слоёв жидкости Е.Батсон /1904/ предложил формулу

$$T_n = \frac{2\ell}{n} \sqrt{\frac{\rho_1/h' - \rho_0/h}{g(\rho_1 - \rho_0)}} \quad / 2 /$$

где  $\rho_0$  и  $\rho_1$  - плотности и толщины верхнего и нижнего слоёв соответственно,  $h$  - толщина слоя,  $h'$  - номер моды. Д.Праудман /1953/ вывел формулу для расчёта периодов внутренних сейш в случае постоянного вертикального градиента плотности

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{H}} \sqrt{\frac{h_1}{g}} \quad / 3 /$$

где  $T_n$  - глубина,  $h_1$  - определяется соотношением  $\frac{d\rho}{dz} = \frac{\rho_0}{h_1}$ ,  $\rho_0$  - плотность на поверхности. Г.Э.Шелленбергер /1970/ расширил эти результаты на случай многослойной жидкости и для экспоненциального распределения плотности. Получено также решение для трёхслойной жидкости, когда в среднем слое плотность возрастает по линейному закону. Характер и период колебаний определяется двумя целыми числами  $m$  и  $n$ . Значения  $n$  характеризуют горизонтальную структуру сейш, значения  $m$  определяют их вертикальную структуру. Случай  $m = 0$  соответствует баротропная сейша. При  $m = 1$  вертикальное распределение смещения имеет один максимум. Справедливы неравенства

$$T_{n,0} < T_{n,1} < T_{n,2} < \dots < T_{n,\infty} \quad / 4 /$$

$$T_{1,m} > T_{2,m} > T_{3,m} > \dots > T_{\infty,m}$$

Для круглого трёхслойного бассейна, в котором верхний и нижний слои однородны, а в среднем плотность возрастает с глубиной по линейному закону, решение /Csanady, 1972/ представляет собой суперпозицию различных свободных мод типа волн Кельвина и Пуанкаре. Преобладание баротропные моды Пуанкаре обладают почти равными амплитудами и частотами. Наложение этих мод даёт различные сейсмические колебания. Среди бароклинных мод преобладают волны Кельвина. Волна Кельвина вращается медленно / $\delta \ll f_k$ / и первоначально ориентирована по ветру. На концах перпендикулярного направления ветра диаметра появляются прибрежные струи. Течения в верхнем и нижнем слоях противоположны по направлению, то есть их фазы смещены на  $180^\circ$ . Энергия баротропной реакции значительно меньше, чем бароклинной. Скорости течений у берега квазистационарны и определяются волнами Кельвина. Волны Пуанкаре определяют периодическое движение в центральной части бассейна, причём их частоты близки к инерционной.

В бесконечном двухслойном канале /Csanady, 1973/ при воздействии поперечного ветра на поверхности раздела возникают внутренние стоячие волны нечётных мод с частотами

$$\sigma_n^2 = f_k^2 + f_k^2 R^2 \left( \frac{m\pi}{b} \right)^2, \quad / 5 /$$

где  $\sigma_n$  - частота,  $f_k$  - параметр Корiolиса,  $R$  - внутренний радиус деформации Россби,  $b$  - ширина канала. При малых значениях отношения  $R/b$ , то есть при большой ширине водоёма, амплитуда при увеличении  $m$  убывает медленно. Это означает, что возбуждаются несколько низких мод, периоды которых в крупных бассейнах близки к инерционному. При изменениях направления ветра меняются амплитуды и фазы, но проприональный характер колебаний

не меняется.

Численное исследование /Kanari, 1975/ возбуждаемых ветром длиннопериодных внутренних волн в оз. Бива /Япония/, представленного в виде двухслойной модели, позволило выделить фундаментальную моду типа волн Кельвина с периодом 66,1 часа, что приблизительно равно периоду продольной внутренней сейши без учёта вращения Земли. Волна распространяется вдоль берега против часовой стрелки с фазовой скоростью около 1,5 км/час. Эти выводы согласуются с результатами наблюдений и аналитическими решениями для двухслойного прямоугольного вращающегося бассейна. В диапазоне частот больших инерционной, по-видимому, генерируются многоузловые сейши без вращения.

В.Краусс /1968/, рассматривая море с экспоненциальным распределением плотности  $\bar{\rho} = \rho_0 e^{\frac{h}{L}}$ , выделяет две системы сейш: первого и второго вида. Первый вид характеризуется равенством периодов поверхностных и внутренних колебаний. Для прямоугольного бассейна длина поверхностных сейш равна  $2L/n$ , а внутренних значительно меньше -  $\frac{2L}{n} \frac{\sqrt{gh}}{m}$ . Здесь  $L$  - длина бассейна,  $n$  - номер горизонтальной моды,  $m$  - номер вертикальной моды,  $h$  - глубина. Внутренние сейши второго вида характеризуются одинаковыми с поверхностными длиными, но в  $\frac{m\pi}{\sqrt{gh}}$  раз большим периодом.

Согласно простым аналитическим соотношениям периоды продольных поверхностных сейш первых трёх мод в Чёрном море лежат в пределах 4,3 - 4,8, 2,3 - 2,8 и 1,6 - 2,0 часа, а период одноузловой поперечной сейши равен 1,4 часа. Приведённая выше оценка периода одноузловой продольной сейши Чёрного моря согласуется с величиной 4,5 часа, рассчитанной по формуле Мериана И.В.Курчатовым /1925/. По данным наблюдений колебания уровня моря с периодом 4,5 часа отмечается в Констанце и Вилково /Marinesku, Sclarin, 1968; Гер-3-1299

ман, 1970/. А. Эндрюс /1933/, анализируя метеограммы для различных пунктов побережья Чёрного моря, выделил для глубоководной его части сейши с периодами 5,5 и 6,4 часа. Как показали расчёты с помощью численной однослоевой модели /Engel, 1974/, в Чёрном море при южном ветре наибольшей энергией обладают собственные колебания с периодами 10,16; 4,35 и 2,27 часа, причём самое медленное колебание представляет собой сейшу с узловой линией, отделяющей мелководную северо-западную часть от остального бассейна. Наконец отметим, что по предположению некоторых авторов /Курчатов, 1925; Фомичёва, 1975/ приливы в Чёрном море представляют собой одноузловые стоячие вынужденные волны типа сейш.

Внутренние сейши в Чёрном море изучены очень слабо. Различные авторы предполагают наличие внутренних колебаний сейшевого происхождения в широком диапазоне периодов и амплитуд. Особо отметим предположения о существовании в Чёрном море внутренних волн с периодами близкими к инерционному /Блатов, Иванов, 1979; 1983; Ямпольский, 1960/, а также внутренних сейш, периоды которых равны периодам поверхностных сейш /Богуславский и др., 1980/. Согласно формуле Ватсона /2/ период одноузловой продольной внутренней сейши в Чёрном море при  $\rho_0 = 1,012 \text{ г}/\text{см}^3$ ,  $\rho_1 = 1,017 \text{ г}/\text{см}^3$ ,  $h = 100 \text{ м}$ ,  $h' = 1900 \text{ м}$  равен  $\sim 260$  часов.

Из изложенного выше следует, что в крупных бассейнах при теоретических исследованиях сейш необходимо учитывать вращение Земли и двумерность задачи в горизонтальной плоскости. Во вращающихся бассейнах стоячие колебания, если их период составляет несколько часов, превращаются в амфициромические системы, в которых в северном полушарии фаза, как правило, вращается против часовой стрелки. Для положительных амфициромий вращение Земли уменьшает

частоту колебаний, для отрицательных – увеличивает. Можно выделить внутренние сейши двух видов. Первый вид – это короткие многоузловые сейши, периоды которых равны периодам соответствующих поверхностных сейш. Второй вид – это длинноволновые колебания низших мод с периодами во много раз превышающими периоды соответствующих поверхностных сейш. В крупных водоёмах, где периоды низших внутренних мод много больше инерционного, такие сейши в результате вращения Земли трансформируются во внутренние волны Кельвина. Кроме того, возбуждаются бароклинические волны Чуанкаре, периоды которых в крупных водоёмах близки к инерционному. В наиболее полной постановке, то есть с учётом вращения Земли, реальной формы бассейна, плотностной вертикальной стратификации и т.д., теоретическое решение задачи сейшевых колебаний в настоящее время возможно только с помощью численных моделей.

Во второй главе излагается постановка задачи численного моделирования сейшевых колебаний в замкнутых морях. Вертикальная стратификация представлена в виде двух слоёв с постоянной плотностью. В основе модели лежат проинтегрированные по вертикали уравнения движения и неразрывности для несжимаемой вязкой жидкости с учётом  $\beta$ -эффекта, нелинейных аддективных членов, атмосферного давления, касательного напряжения ветра, трения на границе раздела и на дне. На боковых границах приняты условия прилипания и непротекания. Предполагается, что горизонтальная скорость не зависит от вертикальной координаты в пределах каждого слоя, жидкость находится в гидростатическом равновесии. При этих допущениях система уравнений описывает только длинные волны. Кроме того, верхняя граница жидкости представляет собой свободную поверхность, поэтому в модели сохранены баротропные и бароклинические моды. Применение такой модели к Чёрному морю оправдано из-за

его ярко выраженной двухслойной структуры. Как известно, в двухслойной модели существуют только две вертикальные моды колебаний: баротропная и первая бароминная. Однако это ограничение для рассматриваемого круга задач, касающихся длиннопериодных гидростатических движений, не слишком существенно. Действительно, как показывают наблюдения, большая часть энергии в этом случае приходится на первые две вертикальные моды колебаний /Le Blond, Mysak, 1978/.

При принятых выше предположениях исходная двухслойная модель описывается системой уравнений

$$\frac{\partial \vec{V}_1}{\partial t} + (\vec{V}_1 \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}_1 + \vec{k} \times f \vec{V}_1 = -\frac{1}{\rho_1} \vec{\nabla} P -$$

$$-g \vec{\nabla} (h_1 + h_2 + \tilde{h}) + \frac{\vec{\tau}_s - \vec{\tau}_t}{\rho_1 h_1} + A \Delta \vec{V}_1,$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (h_1 \vec{V}_1) = 0,$$

/ 6 /

$$\frac{\partial \vec{V}_2}{\partial t} + (\vec{V}_2 \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}_2 + \vec{k} \times f \vec{V}_2 = -\frac{1}{\rho_2} \vec{\nabla} P -$$

$$-g \vec{\nabla} (h_1 + h_2 + \tilde{h}) + g' \vec{\nabla} h_1 + \frac{\vec{\tau}_t - \vec{\tau}_s}{\rho_2 h_2} + A \Delta \vec{V}_2$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (h_2 \vec{V}_2) = 0$$

Здесь индекс 1 относится к верхнему слою, индекс 2 - к нижнему,  $V_j = (u_j, v_j)$  ( $j = 1, 2$ ) - осредненные по глубине горизонтальные компоненты скорости, соответственно, по оси  $OX$ , направленной на восток, и оси  $OY$ , направленной на север; ось  $OZ$  направлена вертикально вверх,  $\vec{k}$  - единичный вертикальный вектор,  $f = f_0 + \beta y$  - параметр Кориолиса в приближении  $\beta$ -плоскости;  $h_j$  - толщины слоёв,  $\tilde{h}$  - возвышение дна над отсчётным уровнем  $z = 0$ ,  $g$  - ускорение свободного падения,  $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$ ,  $\vec{\tau}_1 = \rho_1 C_1 |\vec{V}_1 - \vec{V}_2| (\vec{V}_1 - \vec{V}_2)$ ,  $\vec{\tau}_s = \rho_2 C_s |\vec{V}_2 - \vec{V}_1|$ ,  $C_1$  и  $C_s$  - постоянные коэффициенты,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  - плотности слоёв,  $\vec{\tau}_t$  и  $\vec{\tau}_s$  - касательное напряжение на границе раздела и на дне соответственно,  $\vec{\tau}_g$  - касательное напряжение ветра,  $P$  - атмосферное давление,  $A$  - коэффициент горизонтального турбулентного обмена,  $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y}$ . Границные условия:  $\vec{V}_1 = \vec{V}_2 = 0$ . Начальные условия:  $t = 0$ ,  $\vec{V}_1 = \vec{V}_2 = 0$ ,  $h_1 = H_1$ ,  $h_2 = H_2$ . Аналогичная система уравнений рассмотрена в работе /O'Brien, Peffley, 1976/.

Система /6/ в предположении достаточной гладкости решения допускает энергетическое соотношение, включающее в себя кинетическую и потенциальную энергию жидкости

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_1}{2} \iint_{\Omega} \left[ \frac{\partial h_1}{\partial t} (\vec{V}_1, \vec{V}_1) + h_1 \frac{\partial (\vec{V}_1, \vec{V}_1)}{\partial t} \right] dx dy + \\ & + \frac{\rho_2}{2} \iint_{\Omega} \left[ \frac{\partial h_2}{\partial t} (\vec{V}_2, \vec{V}_2) + h_2 \frac{\partial (\vec{V}_2, \vec{V}_2)}{\partial t} \right] dx dy + \\ & + \frac{1}{2} \iint_{\Omega} g (\rho_1 \frac{\partial h_1^2}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial h_2^2}{\partial t}) dx dy + \iint_{\Omega} \rho_1 g (h_2 \frac{\partial h_1}{\partial t} + h_1 \frac{\partial h_2}{\partial t}) dx dy + \\ & + \iint_{\Omega} g \tilde{h} (\rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial h_2}{\partial t}) dx dy + \iint_{\Omega} (h_1 \vec{V}_1 + h_2 \vec{V}_2, \text{grad } P) dx dy + \\ & + \iint_{\Omega} \rho_2 C_s |\vec{V}_2|^2 dx dy + \iint_{\Omega} \rho_1 C_1 |\vec{V}_1 - \vec{V}_2|^2 dx dy + \\ & + \iint_{\Omega} A \rho_1 [\nabla (h_1 u_1) \nabla u_1 + \nabla (h_1 v_1) \nabla v_1] dx dy + \end{aligned}$$

$$+\iint_{\Sigma} A \rho_2 [v(h_2 u_2) \nabla u_2 + v(h_2 v_2) \nabla v_2] dx dy = \iint_{\Sigma} (\tilde{v}_1, \tilde{z}_s) dx dy.$$

Если проинтегрировать последнее соотношение дополнительно по  $t$ , то возникнут следующие члены:

$$\left( \frac{\rho_1}{2} \iint_{\Sigma} h_1 |\tilde{v}_1|^2 dx dy + \frac{\rho_2}{2} \iint_{\Sigma} h_2 |\tilde{v}_2|^2 dx dy \right) \Big|_0^T -$$

приращение за время  $T$  кинетической энергии системы;

$$\frac{g}{2} \iiint_{\Omega} (\rho_1 \frac{\partial h_1^2}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial h_2^2}{\partial t}) dx dy + \frac{g \rho_2}{2} \iiint_{\Omega} (h_2 \frac{\partial h_1}{\partial t} + h_1 \frac{\partial h_2}{\partial t}) dx dy dt -$$

изменение за время  $T$  доступной потенциальной энергии;

$$\iint_{\Omega} (\tilde{z}_s, \tilde{v}_1) dx dy dt -$$

энергия, сообщаемая ветром жидкости через поверхность за время ;

$$g \iint_{\Omega} (\rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial h_2}{\partial t}) dx dy dt -$$

изменение за время  $T$  характерной потенциальной энергии системы;

$$\iint_{\Omega} \rho_1 C_I |\tilde{v}_1 - \tilde{v}_2|^3 dx dy dt, \quad \iint_{\Omega} \rho_2 C_B |\tilde{v}_2|^3 dx dy dt -$$

потери энергии за время  $T$  на трение между слоями и на дне;

$$\iint_{\Omega} (h_1 \tilde{v}_1 + h_2 \tilde{v}_2, \text{grad } P) dx dy dt -$$

работа градиента давления атмосферы за время  $T$  ;

$$A \rho_j \iint_{\Omega} [v(h_j u_j) \nabla u_j + v(h_j v_j) \nabla v_j] dx dy dt -$$

диссипация энергии за время  $T$  при горизонтальном турбулентном обмене в слое.

Для решения системы уравнений /6/ использовалась неявная разностная схема с применением метода переменных направлений, разработанная сотрудниками ВЦ АН СССР В.Ф.Баклановской, С.Х.Джумагазиевой, И.И.Чечель. В конечно-разностной аппроксимации уравнений /6/ дискретные величины описываются на разнесённой сетке. Пространственные производные аппроксимировались центральными разностями, причём в конвективных членах пространственные производные брались с предыдущего по времени слоя.

Схема, использованная для решения системы /6/ неконсервативна. Однако, путём некоторого тождественного преобразования конвектив-

ных членов схема приводится к виду, допускающему разностный аналог энергетического соотношения /7/. Как обычно, неявная схема вносит в разностный аналог энергетического равенства диссипативное слагаемое, которое получается при преобразовании производной по времени от разностного соотношения. Наличие этого члена в разностной схеме может только сгладить решение.

Третья глава посвящена результатам численных исследований сейшевых колебаний в Чёрном море. На первом этапе были выполнены расчёты для прямоугольного бассейна с размерами, характерными для Чёрного моря, при толщине верхнего слоя 100 м, нижнего - 1900 м. Шаг по оси  $0X$  равнялся 40,5 км, по оси  $0Y$  - 39 км. Использовалась расчётная сетка размером 28 x 15. Шаг по времени  $\Delta t = 40$  с. Касательное напряжение ветра рассчитывалось с помощью квадратичной зависимости от скорости ветра. Был задан постоянный во времени и пространстве северо-восточный ветер 15 м/с. Значения остальных параметров следующие:  $f_0 = 0,976 \times 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ ,  $\varphi = 42^\circ$ ,  $\beta = 1,7 \times 10^{-13} \text{ см}^{-1} \text{ c}^{-1}$ ,  $\rho_1 = 1,012 \text{ г}/\text{см}^3$ ,  $\rho_2 = 1,017 \text{ г}/\text{см}^{-3}$ ,  $A = 10^6 \text{ см}^2 \text{ с}^{-1}$ ,  $C_I = 10^{-4}$ ,  $C_B = 2,5 \times 10^{-3}$ , соответствующее постоянному ветру атмосферное давление задавалось в виде линейной функции координат.

В результате расчётов получено решение типа волны Кельвина в двухслойной жидкости. Основной поток расположен вблизи берега. Вся система циркуляции вращается против часовой стрелки с фазовой скоростью около 1,3 м/с, при этом берег остаётся справа от направления движения. Скорости течений в верхнем и нижнем слоях находятся в противофазе. Скорость течения по абсолютному значению быстро уменьшается при удалении от твёрдых границ. Согласно линейной теории длинных волн малой амплитуды фазовая скорость внутренней волны Кельвина в двухслойной жидкости равна

$$[g'h_1h_2/(h_1+h_2)]^{1/2} = C_i \quad /8/$$

откуда для нашего случая получается  $C_i = 2,13$  м/с. Полученная в численной модели волна Кельвина обладает значительно меньшей фазовой скоростью. Это различие можно объяснить учётом трения. Согласно дисперсионному соотношению /Martinsen, Weber, 1981/ фазовая скорость внутренней волны Кельвина с учётом трения в двухслойной жидкости для нашей модели равна 1,2 м/с. Это значение очень близко к величине фазовой скорости, полученной в результате численных расчётов. Приведённое выше значение фазовой скорости внутренней волны Кельвина получено на начальном этапе. В дальнейшем, под действием трения, она уменьшается и приблизительно на II-е сутки реального времени система приходит в стационарное состояние.

Расчёты для реальной области, моделирующей очертания берегов Чёрного моря, проводились без учёта мелководной северо-западной части. Движение воды в модели возбуждалось различными полями ветра. В первом эксперименте было задано постоянный северо-восточный ветер 15 м/с. Во втором эксперименте вычисления производились при южном ветре 25 м/с, действовавшим в течение 20 часов. После прекращения ветра расчёт вёлся в течение 65 часов реального времени в режиме свободных колебаний. В третьем эксперименте было задано поле ветра 15 - 20 м/с западного направления из "Атласа волнения и ветра Чёрного моря" /сост. Чернякова, Сергеев, 1969/. Продолжительность действия ветра и в этом случае была равна 20 часам, после чего в течение 30 часов реального времени расчёт вёлся при слабом ветре западного направления 5 - 10 м/с. В первых двух случаях учитывалось соответствующее ветру поле атмосферного давления, в третьем эксперименте атмосферное давление не учитывалось.

Анализ результатов численных экспериментов показал, что модельный спектр колебаний уровня состоит, в основном, из трёх отчётливо выраженных составляющих: первая с частотой  $\omega_1 = 0,22$  ц/час  $/T_1 = 4,6$  час/, вторая с частотой  $\omega_2 = 0,43$  ц/час  $/T_2 = 2,3$  час/ и третья с частотой  $\omega_3 = 0,72$  ц/час  $/T_3 = 1,4$  час/. При южном ветре наибольшей энергией обладает третья составляющая, представляющая собой одноузловую поперечную сейшу западной половины моря. Наибольшая амплитуда колебаний - 1,5 см - имеет место у северной и южной границ расчётной области. В восточной половине моря интенсивность этой составляющей значительно меньше и она приобретает характер прогрессивной волны.

Первая составляющая - это продольная одноузловая сейша Чёрного моря с узловой линией, расположенной в наиболее узкой части моря в меридиональном направлении. Амплитуда колебаний уровня у западного и восточного берегов моря при южном ветре ~ 0,5 см. При северо-восточном ветре амплитуда этих колебаний возрастает до 4 см. Вследствие вращения Земли эта мода образует положительную амфидромическую систему.

Вторая составляющая с периодом 2,3 часа представляет собой двухузловую продольную сейшу. В средней части моря, где располагается узловая линия первой моды, вторая составляющая преобладает. Под действием вращения Земли эта сейша образует две положительные амфидромические системы в западной и восточной частях моря.

При различных полях ветра спектральный состав колебаний остаётся неизменным. Изменяется лишь распределение энергии между различными модами. Наименее интенсивные колебания возникли в третьем эксперименте, в котором преобладала первая мода. При этом в третьем эксперименте колебания возникли лишь после прекращения

действия ветра. Эти особенности, очевидно, связаны с воздействием атмосферного давления. Действительно, в первых двух экспериментах градиент атмосферного давления в начальный момент времени скачком изменился от нуля до некоторой конечной величины, вследствие чего сразу возникли мощные свободные колебания. В третьем эксперименте колебания возникли лишь после прекращения действия штормового ветра вследствие созданных им перекосов уровня.

На поверхности раздела слоёв воды отчётливо выражены колебания с близким к инерционному периодом — квазинерционные. Квазинерционные колебания обладают наибольшей амплитудой — 2,5 м — в прибрежных точках. Более от берегов их амплитуда уменьшается до 0,5 м. Очевидно, мы имеем дело с колебаниями, аналогичными описанным выше /см. ф-му 5/. Однако в нашем случае подобные колебания обладают более сложной пространственной структурой, так как учитывается реальная форма бассейна.

Квазинерционные внутренние волны наложены на более медленные крупномасштабные колебания поверхности раздела, амплитуда которых в начальный момент времени достигает 20 м. Эти возмущения сосредоточены у береговой линии и распространяются вдоль неё против часовой стрелки со скоростью 1,5 м/с, что близко к фазовой скорости распространения внутренней волны Кельвина в прямоугольной области. Это позволяет заключить, что крупные возмущения поверхности раздела после прекращения действия ветра распространяются вдоль берегов в виде волн Кельвина. Такой вывод подтверждается и характером полей течений в верхнем и нижнем слоях.

Амплитуда поверхностных сейш, незначительная в глубоководной части моря, может увеличиваться у береговой линии вследствие трансформации сейшевых колебаний на шельфе. Возрастание амплитуды сейшевых колебаний на шельфе можно оценить, используя решение

Г.Ламба для канала с линейно понижающимся дном. В результате расчётов получено, что существенное увеличение амплитуды колебаний — в 3 — 4 раза — происходит в северо-западной части и в районе Керчи. На остальном побережье Чёрного моря вследствие узости шельфа амплитуда сейш практически не возрастает. Этот вывод согласуется с данными наблюдений.

Четвёртая глава посвящена обсуждение результатов натурных наблюдений над колебаниями уровня и скорости течений в мезомасштабном диапазоне в Чёрном море с целью подтверждения и дополнения выводов, полученных с помощью численных экспериментов. В §I описан используемый фактический материал и методика его обработки. Далее изложены результаты обработки данных наблюдений над уровнем моря. Анализ текущих периодограмм показывает, что в Чёрном море спектр колебаний уровня состоит, в основном, из трёх составляющих: полусуточной, суточной и синоптической / 0,012 ц/сутки /. Полученные данные подтверждают, что полусуточные и суточные колебания обусловлены приливами, представляющими собой вынужденные продольные стоячие волны типа сейш с узловой линией, проходящей в меридиональном направлении вблизи Ялты. В модели, при отсутствии приливных сил, подобные колебания не возбуждаются.

Сейшевые колебания уровня с периодами меньше полусуточного обладают энергией на порядок меньшей, чем приливные и синоптические. Отметим, что в Батуми, Керчи и Одессе имеют место колебания уровня моря с периодом близким к 4,6 часам, соответствующие продольной одиусузловой сейше. В Керчи отчётливо выделяется составляющая с периодом 2,35 часа, соответствующая двухузловой продольной сейше, которая согласно численным расчётам здесь обладает максимальной интенсивностью. Мощность сейшевых колебаний в Керчи и Одессе приблизительно в 3 раза выше, чем в Батуми, что очевидно

связано с морфометрическими особенностями бассейна.

В §3 изложены результаты анализа колебаний скорости течений по данным измерений на АБС. Показано, что при прохождении над акваторией моря локальных атмосферных барических систем, сопровождающихся усилением ветра и значительными колебаниями атмосферного давления, возбуждаются интенсивные колебания скорости течений во всём рассматриваемом диапазоне. В поверхностных слоях выделяются мощные низкочастотные колебания с периодом близким к инерционному, на которые наложены более высокочастотные составляющие с периодами порядка нескольких часов. На горизонтах 25 и 50 м амплитуда низкочастотных колебаний равна  $\sim 20 - 30$  см/с, высокочастотных  $\sim 5 - 15$  см/с.

С помощью спектрального анализа временных рядов скорости течений установлено, что наиболее мощные колебания происходят в низкочастотной области, а именно при частотах  $\sigma < 0,086$  ц/час / $T > 11,6$  час/. Вершины соответствующих пиков спектральной плотности, как правило, располагаются вблизи инерционной частоты. Однако, в некоторых случаях выделяются также суточные и полусуточные колебания. В области частот  $\sigma > 0,086$  ц/час / $T < 11,6$  часа/ выделяются колебания с периодами близкими к 4,6, 2,3 и 1,4 часа, соответствующие трём составляющим сейшевыи колебаний, полученным с помощью численных экспериментов. В некоторых случаях можно отметить также колебания с периодами 6,4, 3,3 и 1,8 часа. Энергия колебаний с периодами  $T < 11,6$  часа приблизительно на порядок меньше энергии низкочастотных колебаний. Вертикальное распределение кинетической энергии этих колебаний обладает максимумом на глубине 25 м, где в августе располагается максимум частоты Вайсля-Брента. На горизонтах 500 и 1000 м кинетическая энергия колебаний приблизительно на два порядка меньше, чем в верхнем 100-мет-

ровом слое. Колебания с периодами меньше полусуточного характеризуются вертикальным масштабом порядка нескольких десятков м и горизонтальным – не более нескольких десятков км. Последний вывод согласуется с приведёнными в работе /Блатов, Булгаков и др., 1984/ оценками параметров внутренних волн в Чёрном море, полученными на основе численного решения волнового уравнения для инерционно-гравитационных волн. Согласно этим оценкам, длины внутренних сейшевых колебаний с периодами 1,4, 2,3 и 4,6 часа приблизительно равны 2,6, 4,2 и 22 км. Рассматриваемые колебания, судя по вертикальному распределению их кинетической энергии и пространственным масштабам, носят бароклинный характер. Можно сделать вывод, что это внутренние сейшевые колебания, возбуждаемые баротропными сейшами того же периода. Используя терминологию В.Краусса /1968/ можно сказать, что в Чёрном море возбуждаются внутренние сейшевые колебания первого вида, периоды которых равны периодам вызывающих их поверхностных сейш, а длина во много раз меньше. Отсюда вытекает, что хотя поверхностные сейши ввиду малости их амплитуд не могут вызвать заметных флюктуаций скорости течений, они, тем не менее, играют важную роль в динамике Чёрного моря, генерируя внутренние сейшевые колебания с такими же периодами. Последние, в свою очередь, обусловливают значительные колебания скорости течений и других океанологических характеристик.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы работы.

I. С помощью численных экспериментов, а также на основании анализа данных наблюдений над уровнем моря и колебаниями скорости течений определены пространственно-временные характеристики поверхностных и внутренних сейшевых колебаний в Чёрном море, ге-

нерируемых различными полями ветра и атмосферного давления. Реализована численная модель, предназначенная для исследования длинных волн в замкнутых, стратифицированных бассейнах. Модель описывает баротропную и первую бароклиническую вертикальные моды. Учитывается вращение Земли, форма исследуемого водоёма, трение на дне и между слоями жидкости. Движение в каждом из слоёв описывается в двумерной области. Все эти факторы, как показано в предыдущих исследованиях, играют важную роль в динамике сейшевидных движений.

2. В результате численных расчётов выделены три моды сейшевидных колебаний с периодами 4,6 часа /продольная одноузловая/, 2,3 часа /продольная двухузловая/ и 1,4 часа /поперечная одноузловая/. Показано распределение амплитуд и фаз указанных колебаний по акватории моря. Вследствие вращения Земли первые две моды образуют положительные амфидромические системы.

3. Спектр возбуждаемых колебаний не меняется при различных по-ях ветра, меняется лишь распределение энергии между различными модами. При действии ветра меридионального направления преобла-дает третья поперечная мода сейшевидных колебаний с амплитудой 1,5 - 2 см в западной половине моря. Первая мода при этом имеет ампи-туду ~ 0,5 см. При действии ветра со значительной широтной состав-ляющей амплитуда первой моды возрастает до 4 - 5 см. В возбуждении сейшевидных колебаний важную роль играют колебания атмосферного дав-ления.

4. Указанные выше значения амплитуд относятся к глубоководной части моря. На участках побережья с широким шельфом /северо-запад-ная часть и район волнистого Керченского пролива/ амплитуда сейшевидных колебаний, согласно теоретическим оценкам, возрастает в 3 - 4 раза. Этот результат подтверждается данными наблюдений над колеба-ниями уровня моря.

5. Сопоставление результатов анализа наблюдаемых флуктуаций скорости течений с результатами численных расчётов позволяет сде-лать вывод, что в Чёрном море поверхностные сейши генерируют внут-ренние сейшевые колебания с такими же периодами, но с намного меньшими длинами /порядка 10 км/. Амплитуда соответствующих ко-лебаний скорости равна 5 - 15 см/с. Таким образом можно заклю-чить, что хотя поверхностные сейши ввиду малости их амплитуд не могут непосредственно вызвать заметных флуктуаций гидрофизичес-ких полей, они, тем не менее, играют важную роль в динамике Чёр-ногого моря, генерируя внутренние сейшевые колебания с такими же периодами. Последние, в свою очередь, обусловливают значительные колебания скорости течений и гидрологических характеристик.

6. Анализ колебаний уровня в различных пунктах побережья под-твердили существующее представление, что баротропные приливы в Чёрном море представляют собой сейшевобразные вынужденные стоячие волны с узловой линией, проходящей в меридиональном направлении в районе Крымского полуострова. Баротропные приливы, так же как и поверхностные сейши, генерируют соответствующие внутренние ко-лебания.

7. Согласно результатам численных расчётов низшая внутренняя мода в результате вращения Земли трансформируется во внутреннюю волну Кельвина. Соответствующие возмущения поверхности раздела слоёв жидкости в начальный период времени превышают 20 м. На рас-пространение волны Кельвина большое влияние оказывает трение. По-казано, что вследствие трения фазовая скорость внутренней волны Кельвина /1,5 м/с/ в нашей модели значительно меньше фазовой ско-рости длинных волн в двухслойной жидкости, полученной без учёта си трения по формуле Батсона. С учётом трения период низшей моды внутренней волны Кельвина для Чёрного моря равен приблизительно

400 часам. Такое медленное движение затухает за время, меньшее, чем его период.

8. На поверхности раздела слоёв жидкости генерируются колебания с периодом, близким к инерционному. Эти колебания наиболее отчётливо выражены вблизи берегов, где их размах достигает 4 – 5 м, причём длина соответствующих им внутренних волн в Чёрном море равна ~ 100 км.

По теме диссертации опубликованы работы:

1. О численном моделировании длинных поверхностных и внутренних волн в замкнутом медленно вращающемся бассейне. – Журн. выч. математики и мат. физики, 1984, т.24, №7, с.1066 – 1078 /совместно с В.Ф.Баклановской, А.С.Блатовым и др./.

2. Расчёт поверхностных и внутренних колебаний в замкнутых водоёмах. Сообщения по прикладной математике. ВЦ АН СССР, 1984, 51 с. /совместно с В.Ф.Баклановской, А.С.Блатовым и др./.

3. Численное моделирование мезомасштабных и синоптических волновых процессов в Чёрном море. – II Всесоюзный симпозиум "Тонкая структура и синоптич. изменч. морей и океанов", Тезисы докл., ч. I, с. 34-37, Таллин, 1984/совместно с В.Ф.Баклановской, А.С.Блатовым, И.И.Чечель/.

4. Сейшевые колебания. – В кн."Изменчивость гидрофизических полей Чёрного моря", Л. Гидрометеоиздат, 1984, с.207-217 /совместно с В.А.Ивановым и В.П.Ястребом/.

5. Энергетика мезомасштабных волновых движений в Чёрном море. – В кн."Технико-экономич. и эколог. аспекты использ. энергии океана", Владивосток, ДВНЦ АН СССР, 1985, с.58 – 62 /совместно с А.С.Блатовым, В.А.Ивановым/.

6. Результаты численного моделирования поверхностных и внутренних сейшевых колебаний в Чёрном море. – Метеорология и гидрология, 1986, №6, с.74-81 /совместно с А.С.Блатовым и др./.

Подписано к печати 30.04.84

Л-47333 формат 60x90/16.

Усл. печ. л. 15 Уч.-изд. л. 10

Тираж 100 экз. Заказ № 1299

Ордена "Знак Почета" издательство Московского университета.  
103009, Москва, ул. Герцена, 5/7.  
Типография ордена "Знак Почета" издательства МГУ.  
119899, Москва, Ленинские горы.

*Боягин*