ТОМ XXXIX	*Труды Всесоюзного научно-исследовательского института морского рыбного хозяйства и океанографии (ВНИРО)*	1959

РАЗДЕЛ III

ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ АВТОМАТИЗАЦИИ РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБРАБОТКЕ РЫБЫ

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ РЫБООБРАБАТЫВАЮЩИХ ТЕПЛОВЫХ АППАРАТОВ

Канд. техн. наук Б. Ф. НОВИЦКИЙ

При расчетах термической обработки рыбы приходится решать две основные температурные задачи:

по какой кривой будет изменяться во времени температура обрабатываемой рыбы, когда температура в аппарате будет изменяться по некоторому заданному графику (прямая задача);

по какому графику следует изменять температуру в аппарате, чтобы температура рыбы изменялась по заданному графику во времени (обратная задача).

Решение первой задачи дает возможность узнать, как будет изменяться температура рыбы при различных температурных режимах работы аппарата, решение второй задачи позволит найти такой температурный режим, при котором процесс термообработки рыбы пойдет по требуемому, заранее назначенному температурному графику. Очевидно, что решение обратной задачи открывает путь к осуществлению направленных процессов термической обработки рыбы.

Вследствие исключительной сложности условий этих задач их аналитическое решение до сих пор остается неизвестным.

Один из наиболее распространенных процессов термической обработки рыбы — процесс ее обработки в печах (подсушка, проварка, выпечка)—протекает при сложном, неравномерном изменении формы рыбы, структуры ее тканей, при переменной влажности, изменяющихся во времени и по объему рыбы теплоемкости, теплопроводности и температуропроводности и, наконец, при переменном во времени коэффициенте теплоотдачи.

Распространение тепла в рыбе происходит не только за счет теплопроводности, но и путем переноса его влагой, парами и газами, перемещающимися в полостях и порах рыбы в процессе ее обработки.

Если длительность процесса термообработки разбить на интервалы $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots, \tau_n$, в течение каждого из которых термовлагокоэффициенты, а также другие не температурные характеристики процесса можно считать постоянными (усредненными в пределах интервала), то процесс изменения температуры рыбы в течение любого интервала с достаточным приближением может быть выражен уравнением

$$\frac{dt}{d\tau} = a\nabla^2 t + \frac{r}{c_{np}}\varepsilon\frac{du}{d\tau} + \frac{\Delta I}{c_{np}}\cdot\frac{du}{d\tau}(1-\varepsilon), \qquad (1)$$

где: t — температура рыбы в град.;

τ—время в пределах данного интервала в часах;

a — коэффициент температуропроводности тканей рыбы в *м²/час;*

r—скрытая теплота испарения в *ккал/час*;

$c_{пр}$— приведенная теплоемкость рыбы в *ккал/кг с. в.* в град.;

ε — критерий фазового превращения, учитывающий долю влаги, перемещающейся в рыбе в виде пара;

u—удельное влагосодержание рыбы в *кг вл/кг с. в.*;

ΔI—разность энтальпий влаги в *ккал/кг,* определяющая теплообмен от переноса тепла влагой.

Дифференциальное уравнение (1) выражает внутренний теплообмен при наличии источников тепла от фазовых превращений и переноса тепла жидкостью.

Если пренебречь специальным расчетом переноса тепла жидкостью ($\Delta I=0$) и фазовых превращений ($\varepsilon=0$) и внести соответствующую поправку к величине a, то неподдающееся аналитическому решению уравнение (1) можно свести к более простому уравнению, а именно:

$$\frac{dt}{d\tau}=a\,\nabla^2 t. \tag{2}$$

Такое приближение, в значительной степени оправданное в отношении обработки рыбы в печи, становится еще более справедливым для процессов рыбообработки, в которых по самой их физической сущности нет фазовых превращений, а миграция влаги ограничивается структурными элементами тканей рыбы.

Следует заметить, что и при наличии более простого уравнения (2) общего решения поставленных нами задач в настоящее время не существует. Для получения такого решения следует, интегрируя уравнение (2), исходить из общеизвестного принципа, согласно которому расчет нагрева и охлаждения тел сложной формы может быть сведен к соответствующему расчету простых тел—шара, неограниченного цилиндра и неограниченной пластины. При этом в зависимости от формы тела или характера разделки рыбу следует относить к простым телам типа пластины или цилиндра. Можно предполагать, что преимущественное распространение будут иметь расчеты именно пластинчатых и цилиндрических форм. К расчету первых будут сводиться расчеты для камбалы, для частей рыб, разделанных на филе и т. п., а к расчету вторых — расчеты температуры для корюшки, угря, салаки и т. д.

Вопрос о том, к какому геометрическому телу можно отнести целую рыбу или ее часть, должен решаться расчетом, техника которого хорошо известна. При этом необходимо обращать большое внимание на заполнение брюшной полости рыбы. При опустошенной и вскрытой брюшной полости может потребоваться проведение отдельных расчетов для спинки и боковых сторон, отнесенных к различным основным телам.

При решении как прямой, так и обратной задачи расчеты производятся последовательно для каждого из интервалов $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n$, на которые разбивается продолжительность всего процесса обработки рыбы. Интервалы назначаются таким образом, чтобы в пределах каждого из них кривая температуры внутри аппарата могла быть с заданной точностью апроксимирована прямой линией.

При решении прямой задачи заданы температуры окружающей рыбу среды $t_{c,0}$, $t_{c,1}, \ldots$, $t_{c,n}$, где $t_{c,0}$—начальная температура в аппарате, а $t_{c,1}$, $\ldots$, $t_{c,n}$ —температура в конце каждого из интервалов (очевидно, что конечная температура каждого предшествующего интервала будет начальной температурой для последующего). Задана и t_0—температура поступающей в аппарат рыбы; ее можно считать равномерно распределенной по всей рыбе.

Учитывая, что объекты термической обработки со всех сторон омываются охлаждающей или обогревающей средой (рыба в охлаждающей ванне, на прутках или на сетке конвейера печи и т. п.), можно считать, что при поставленных задачах наблюдается симметрия в отношении распределения температуры внутри и вне рыбы.

Принимая во внимание все вышеизложенное, можно рекомендовать следующее решение прямой задачи, найденное автором для случая, когда обрабатываемое тело по своей форме приближается к пластине:

$$t_i = t_{c,i} - t_{c,i-1} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \mu_n \frac{x}{R} exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau_{i,k}}{R^2}\right) + \frac{b_i}{2a}\left[x^2 - R^2\left(1+\frac{2}{\mathrm{Bi}}\right)\right] +$$

$$+ \frac{b_i R^2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\mu_n^2} \cos \mu_n \frac{x}{R} exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau_{i,k}}{R^2}\right) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n}{\sin \mu_n \cos \mu_n + \mu_n} \cos \mu_n \frac{x}{R} exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\,\tau_{i,\kappa}}{R^2}\right) \frac{2}{R} I_i, \tag{3}$$

где t_i—температура пластины на расстоянии x от срединной плоскости в конце интервала τ_i $(i=1,2,\ldots,n)$, когда $\tau=\tau_{i,k}$;

$\tau_{i,н}$ – начало интервала τ_i и $\tau_{i,к}$ его конец;

$t_{c,i}$—температура в аппарате в конце интервала τ_i;

$t_{c,i-1}$—температура в аппарате в начале интервала τ_{1i}, когда $\tau = \tau_{i,н} = 0$;

A_n—начальные тепловые амплитуды

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} = \left(-1\right)^{n+1} \frac{2\,\mathrm{Bi}\sqrt{\mathrm{Bi}^2 + \mu_n^2}}{\mu_n(\mathrm{Bi}^2 + \mathrm{Bi} + \mu_n^2)}\ ; \tag{4}$$

μ_n—корни характеристического уравнения

$$\mathrm{ctg}\,\mu = \frac{1}{\mathrm{Bi}}\,\mu; \tag{5}$$

b_i—угловой коэффициент температурной прямой в интервале τ_i

$$b_i = \frac{t_{c.i} - t_{c,i-1}}{\tau_{i,k}}\ ; \tag{6}$$

a—коэффициент температуропроводности рыбы в *м²/час;*

Bi—критерий Био;

I_i—интеграл, учитывающий распределение температуры в пластине в начальный момент интервала τ_i.

Критерий Био рассчитывается по формуле

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha}{\lambda} R, \tag{7}$$

где: α—коэффициент теплоотдачи, характеризующий теплообмен между средой аппарата и поверхностью рыбы, в *ккал/м² час°С*;

λ—коэффициент теплопроводности рыбы в *ккал/м час°С*;

R—половина толщины пластины в *м*.

Интеграл I_i определялся по формуле

$$I_i = R\left\{ t_{c,i-1} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} - \frac{b_{i-1} R^2}{a}\left[\frac{-\sin \mu_n}{\mu_n^3} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n^3} exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\,\tau_{i-1,k}}{R^2}\right)\right] - \right.$$

$$\left. - t_{c,i-2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\,\tau_{i-1,k}}{R^2}\right) + \frac{1}{R} \sum_{n=1}^{\infty} I_{i-1}\, exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\,\tau_{i-1,k}}{R^2}\right)\right\}, \tag{8}$$

где: $t_{c,i}$ и $t_{c,i-2}$ —температуры в аппарате в конце и начале интервала τ_{i-1};

b_{i-1}—угловой коэффициент температурной прямой в интервале τ_{i-1}

$$b_{i-1}=\frac{t_{c,i-1}-t_{c,i-2}}{\tau_{i-1,k}};$$

I_{i-1}—интеграл, учитывающий распределение температуры в пластине в начальный момент интервала τ_{i-1}.

Интеграл I_{i-1}, так же как интегралы I_{i-2}, I_{i-3} и т. д., определяется по формуле (8), в которой изменяются индексы, относящиеся к величинам, изменяющимся при переходе от одного интервала к другому.

Заметим, что

$$I_1=\int_0^R t_o\cos\mu_n\frac{x}{R}\,dx=t_o R\frac{\sin\mu_n}{\mu_n}. \qquad (9)$$

Если температурной обработке подвергается часть рыбы, точно вырезанная в виде пластины, то формулы (3) и (8) применяют для расчета в том виде, как они представлены. Если термообработке подвергается целая рыба или рыба, разделанная таким образом, что ее куски только приближаются по своей форме к пластине, то, пользуясь методом А. И. Вейника, вместо величины α в расчет вводят коэффициент $\alpha_{пл}$

$$\alpha_{пл}=\alpha K_{пл}, \qquad (10)$$

где $K_{пл}$—безразмерный критерий конфигурации, учитывающий соотношение поверхностей теплообмена рыбы и пластины,

$$K_{пл}=\frac{F}{F_{ср}}, \qquad (11)$$

где: F—площадь одной боковой поверхности тела рыбы или куска рыбы в $м^2$;

$F_{ср}$—площадь средней плоскости тела рыбы или куска рыбы в $м^2$.

В соответствии с выражением (10) в формулу (3) вместо Bi вводится значение $Bi_{пл}$

$$Bi_{пл}=K_{пл}\,Bi. \qquad (12)$$

Вместо величины R вводится величина $R_{пл}$, вычисленная по формуле

$$R_{пл}=\frac{V}{2F_{ср}}, \qquad (13)$$

где V—объем рыбы или ее куска в $м^3$.

Решение прямой задачи осуществляется в следующем порядке.

Имея заданный график изменения температуры среды в аппарате, разбивают длительность процесса на интервалы $\tau_1,\ldots,\tau_n$.

Определяют температуру $t_{c,0}$, $t_{c,1},\ldots$, $t_{c,n}$. Вычисляют величины b_1, $b_2,\ldots$, b_n по формуле (6).

Зная толщину пластины $2\,R$ (или $2\,R_{пл}$), физические характеристики $K_{пл}$, α, λ, c и γ (c и γ — удельная теплоемкость и удельный вес рыбы) и начальную температуру рыбы t_0, по формулам (3) и (9) вычисляют температуру рыбы t в конце первого интервала ($i=1$) при заданном значении x.

Пользуясь формулой (8), вычисляют значение I_2 при значениях μ_1, $\mu_2,\ldots$, μ_n, определенных из таблиц (А. В. Лыков «Теория теплопроводности»). По формуле (3) находят температуру t_2 для конца периода τ_2 при том же заданном значении x.

Значения I_2 подставляют в формулу (8) и вычисляют значения I_3. По формуле (3) находят температуру t_3 для конца периода τ_3.

Подставляя вычисленные значения I_3 в формулу (8), находят I_4. По формуле (3) находят t_4. Последовательностью таких операций определяются все точки кривой изменения температуры рыбы для заданного значения x.

По найденным значениям температуры $t_1, t_2, \ldots, t_n$ вместе с известным t_0 строят график в прямоугольных координатах «температура—время», что даст наглядное представление об изменении температуры рыбы в заданном сечении по ее толщине.

Формулы (3) и (8) служат и для решения обратной задачи.

В этом случае рекомендуется следующий порядок расчета.

Начертив в прямоугольных координатах температура—время заданный график требуемого изменения температуры рыбы в течении x, разбивают длительность процесса на интервалы и находят заданные температуры рыбы $t_1, t_2, \ldots, t_n$, соответствующие концам интервалов.

Так как искомая температура среды в конце первого интервала определяется зависимостью $t_{c,1} = t_{c,0} + b_1\tau_{1,к}$ (причем $t_{c,0}$ известно заранее), то, пользуясь уравнениями (3) и (9), при $i=1$ определяют величину b_1; $t_{c,1}$.

Для значений $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots, \mu_n$ по формуле (8) вычисляют интегралы I_2. По формуле (3) находят значение b_2. Температуру среды аппарата в конце второго интервала находят из выражения $t_{c,2} = t_{c,1} + b_2\,\tau_{2,к}$.

Вычисленные интегралы I_2 подставляют в формулу (8) для вычисления значений I_3. По формуле (3) находят b_3 и определяют $t_{c,3}$.

$$t_{c,3} = t_{c,2} + b_3\tau_{3,k}.$$

Аналогичным путем после нахождения соответствующих b_i определяют все значения $t_{c,i}$ температурного графика работы аппарата.

По значениям $t_{c,i}$ строят в координатах температура—время график температуры аппарата, при осуществлении которого температура рыбы будет изменяться по заданной кривой.

В тепловых аппаратах периодического действия этот график осуществляется при помощи программных регуляторов температуры, а в аппаратах конвейерного типа он превращается в пространственный график, образуя зоны, обслуживаемые соответствующими теплопередающими устройствами, работа которых регулируется автоматами.

Для случаев, когда форма рыбы близка к цилиндру, порядок решения обеих задач аналогичен описанному для пластины.

Температура неограниченного цилиндра в конце интервала τ_i может быть определена по предложенной автором формуле

$$t_i = t_{c,i} - t_{c,i-1}\sum_{n=1}^{\infty} A_n I_o\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\,\tau_{i,k}}{R^2}\right) - \frac{b_i R^2}{a^2}\left\{\frac{1}{4}\left[\left(1+\frac{2}{\mathrm{Bi}}\right) - \frac{r^2}{R^2}\right] - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\mu_n^2} I_o\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau_{i,k}}{R^2}\right)\right\} + \frac{r}{R^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{I_o\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)}\, exp\left(-\mu_n^2\frac{a\,\tau_{i,k}}{R^2}\right) I_i. \qquad (14)$$

где A_n—начальные тепловые амплитуды.

$$A_n = \frac{2\mathrm{Bi}}{I_0(\mu_n)\,[\mu_n^2 + \mathrm{Bi}^2]}, \tag{15}$$

$I_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)$ и $I_0(\mu_n)$ — функции Бесселя нулевого порядка первого рода.

Величины μ_n являются корнями уравнения

$$\frac{I_0(\mu)}{I_1(\mu)} = \frac{1}{\mathrm{Bi}}\,\mu, \tag{16}$$

где: $I_1(\mu)$ — функция Бесселя первого порядка первого рода;
r — переменное расстояние от оси цилиндра в *м;*
R — радиус цилиндра в *м;*
I_i — интеграл, учитывающий распределение температуры в цилиндре в начале интервала τ_i;

$$I_i = R^2 \frac{I_1(\mu_n)}{\mu_n}\Big\{t_{c,i-1} - \frac{b_{i-1} R^2}{a}\Big[\frac{1}{\mu_n^2} - \frac{1}{r}\,\frac{\mu_n}{I_1(\mu_n)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\mu_n^2}\,I_1^2(\mu_n)\,exp\left(-\mu_n^2\frac{a\,\tau_{i-1,\kappa}}{R^2}\right)\Big] - \frac{1}{r}\,t_{c,i-2}\,\frac{\mu_n}{I_1(\mu_n)}\sum_{n=1}^{\infty} A_n I_1^2(\mu_n)\,exp\left(-\mu_n^2\frac{a\tau_{i-1,\kappa}}{R^2}\right) +$$

$$+ \frac{1}{R^2}\,\frac{\mu_n}{I_1(\mu_n)}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{I_1^2(\mu_n)}{I_0^2(\mu_n) + I_1^2(\mu_n)}\,exp\left(-\mu_n^2\frac{a\,\tau_{i-1,k}}{R^2}\right) I_{i-1}\Big\}. \tag{17}$$

Остальные обозначения такие же, как в формуле (3). Температура t_1 относится к радиусу r, величиной которого задаются заранее.

Наиболее часто придется определять температуру на оси и на поверхности цилиндра (при $r=0$ и $r=R$), как при расчетах пластин в их среднем сечении и на поверхности ($x=0$, $x=R$).

Подобно тому как при пользовании формулами (3) и (8), в них для учета особенностей формы рыбы вводились величины $\mathrm{K}_{пл}$, $\mathrm{Bi}_{пл}$, $R_{пл}$, в формулы (14) и (17) с этой же целью должны быть введены величины $\mathrm{K}_{ц}$, $\mathrm{Bi}_{ц}$, и $R_{ц}$

$$\mathrm{K}_{ц} = \frac{P}{P_{ц}} = \frac{P}{\sqrt{4\pi F_{сеч}}}, \tag{18}$$

где: $\mathrm{K}_{ц}$ — безразмерный критерий конфигурации;
P — периметр поперечного сечения рыбы;
$P_{ц}$ — периметр поперечного сечения цилиндра;
$F_{сеч}$ — площадь поперечного сечения рыбы.

$$\mathrm{Bi}_{ц} = \mathrm{K}_{ц}\,\mathrm{Bi}; \tag{19}$$

$$R_{ц} = \sqrt{\frac{F_{сеч}}{\pi}}, \tag{20}$$

$\mathrm{Bi}_{ц}$ — значение критерия Био с учетом формы рыбы;
$R_{ц}$ — радиус эквивалентного рыбе цилиндра.

Интервалы, на которые разбивается длительность термообработки, могут быть равными или не равными между собой. Достоинством разработанных формул (3) и (14) является то, что они позволяют рассчитать процесс для любых заданных температурных кривых, а также то, что в каждом из интервалов все физические характеристики рыбы могут быть присущи только этому интервалу.

Таким образом, расчет температуры ведется с учетом изменений рыбы в процессе ее обработки в аппарате.

Некоторая громоздкость формул не вызовет затруднений при их использовании. В большинстве случаев каждый из бесконечных рядов, входящих в рекомендуемые формулы, может быть ограничен и представлен только одним первым членом. Это не вызовет больших погрешностей в вычислениях температуры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные формулы для расчета температурных режимов обработки рыбы позволяют решать практические задачи установления изменения температуры в различных тепловых аппаратах для того, чтобы температура рыбы изменялась по заданному графику.