

УДК 639.216.4

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОЖЕСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ДЛЯ ПРОГНОЗА ПРОМЫСЛОВОГО ВОЗВРАТА ДОНСКОГО СУДАКА

В. Г. Дубинина

Сущность метода множественной корреляции заключается в сопоставлении численных значений влияющих факторов с численными значениями изучаемой характеристики, в результате которого устанавливается относительная связь между колебаниями изучаемого явления и колебаниями факторов его обуславливающих. Можно также выяснить степень влияния каждого фактора. Этот метод можно рассматривать лишь как способ выражения числом уже найденной и обоснованной зависимости между изучаемой величиной и факторами, ее определяющими.

С целью проверки возможности использования множественной корреляции для прогнозирования и уточнения значимости факторов, которыми определяется урожайность донского судака, были взяты данные по его промысловому возврату, любезно предоставленные нам Е. Г. Бойко, и ряд гидрометеорологических характеристик.

Согласно исследованиям Е. Г. Бойко (1955), А. Е. Городничего (1955), эффективность размножения донского судака определяется величиной и продолжительностью половодья, состоянием нерестово-выростной площади займищ, а также соленостью воды в восточной части Таганрогского залива, куда скатывается молодь. На результаты размножения судака оказывает большое влияние температура воды, воздействующая непосредственно на инкубацию икры, выживаемость личинок, а также на время и интенсивность развития кормовой базы, и газовый режим.

Конкретно были взяты следующие показатели гидрометеорологического режима.

1. Величина и продолжительность половодья.
2. Соленость воды в восточной части Таганрогского залива.
3. Средняя температура воздуха за зимний период.
4. Дата устойчивого перехода средней суточной температуры воздуха через 10°C .
5. Дата устойчивого перехода минимальной температуры воздуха через 6°C .
6. Учтены резкие перепады температуры воздуха (вычислены отклонения средней температуры от сглаженной по декадам).

Общий вид уравнения

$$y_n = a_1 x_{n1} + a_2 x_{n2} + \dots + a_7 x_{n7}, \quad (1a)$$

где y — промысловый возврат;

x_{n1}, \dots, x_{n7} — гидрометеорологические элементы;

Схема решения системы линейных уравнений методом Гаусса при $n=32$

	N n/n	номер независимой переменной						правая часть уравнения b(y)	S	Контроль	Ошибка	
		1	2	3	4	5	6					7
I	1	X_{11}						y_1	$S_1 = y_1 + \sum_{i=1}^7 X_{1i}$			
			
	n	X_{n1}						y_n	$S_n = y_n + \sum_{i=1}^7 X_{ni}$			
II	1	$X'_{11} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1}^2$	$X'_{12} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} X_{n2}$	$X'_{13} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} X_{n3}$	$X'_{14} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} X_{n4}$	$X'_{15} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} X_{n5}$	$X'_{16} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} X_{n6}$	$X'_{17} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} X_{n7}$	$X'_{18} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} y_n$	$X'_{15} = \sum_{n=1}^{32} X_{n1} S_n$	$P_1 = \sum_{i=1}^8 X'_{1i}$	$P_1 - X'_{15}$
	2	X'_{21}	$X'_{22} = \sum_{n=1}^{32} X_{n2}^2$	$X'_{23} = \sum_{n=1}^{32} X_{n2} X_{n3}$	X'_{24}	X'_{25}	X'_{26}	X'_{27}	X'_{28}	X'_{25}	$P_2 = \sum_{i=1}^8 X'_{2i}$	$P_2 - X'_{25}$
	3	X'_{31}	X'_{32}	$X'_{33} = \sum_{n=1}^{32} X_{n3}^2$	$X'_{34} = \sum_{n=1}^{32} X_{n3} X_{n4}$	X'_{35}	X'_{36}	X'_{37}	X'_{38}	X'_{35}	$P_3 = \sum_{i=1}^8 X'_{3i}$	$P_3 - X'_{35}$
	4	X'_{41}	X'_{42}	X'_{43}	$X'_{44} = \sum_{n=1}^{32} X_{n4}^2$	$X'_{45} = \sum_{n=1}^{32} X_{n4} X_{n5}$	X'_{46}	X'_{47}	X'_{48}	X'_{45}	$P_4 = \sum_{i=1}^8 X'_{4i}$	$P_4 - X'_{45}$
	5	X'_{51}	X'_{52}	X'_{53}	X'_{54}	$X'_{55} = \sum_{n=1}^{32} X_{n5}^2$	$X'_{56} = \sum_{n=1}^{32} X_{n5} X_{n6}$	X'_{57}	X'_{58}	X'_{55}	$P_5 = \sum_{i=1}^8 X'_{5i}$	$P_5 - X'_{55}$
	6	X'_{61}	X'_{62}	X'_{63}	X'_{64}	X'_{65}	$X'_{66} = \sum_{n=1}^{32} X_{n6}^2$	$X'_{67} = \sum_{n=1}^{32} X_{n6} X_{n7}$	X'_{68}	X'_{65}	$P_6 = \sum_{i=1}^8 X'_{6i}$	$P_6 - X'_{65}$
	7	X'_{71}	X'_{72}	X'_{73}	X'_{74}	X'_{75}	X'_{76}	$X'_{77} = \sum_{n=1}^{32} X_{n7}^2$	$X'_{78} = \sum_{n=1}^{32} X_{n7} X_{n8}$	X'_{75}	$P_7 = \sum_{i=1}^8 X'_{7i}$	$P_7 - X'_{75}$
III	1	X'_{11}	$\delta_{12} = \frac{X'_{12}}{X'_{11}}$	$\delta_{13} = \frac{X'_{13}}{X'_{11}}$	$\delta_{14} = \frac{X'_{14}}{X'_{11}}$	$\delta_{15} = \frac{X'_{15}}{X'_{11}}$	$\delta_{16} = \frac{X'_{16}}{X'_{11}}$	$\delta_{17} = \frac{X'_{17}}{X'_{11}}$	$\delta_{18} = \frac{X'_{18}}{X'_{11}}$	$\delta_{15} = \frac{X'_{15}}{X'_{11}}$	$P'_1 = \sum_{i=1}^8 \delta_{1i}$	$P'_1 - \delta_{15}$
	2	X'_{21}	$\delta_{22} = X'_{22} - X'_{21} \delta_{12}$	$C_{23} = \frac{X'_{23} - X'_{21} \delta_{13}}{\delta_{22}}$	$C_{24} = \frac{X'_{24} - X'_{21} \delta_{14}}{\delta_{22}}$	$C_{25} = \frac{X'_{25} - X'_{21} \delta_{15}}{\delta_{22}}$	$C_{26} = \frac{X'_{26} - X'_{21} \delta_{16}}{\delta_{22}}$	$C_{27} = \frac{X'_{27} - X'_{21} \delta_{17}}{\delta_{22}}$	$C_{28} = \frac{X'_{28} - X'_{21} \delta_{18}}{\delta_{22}}$	$C_{25} = \frac{X'_{25} - X'_{21} \delta_{15}}{\delta_{22}}$	$P'_2 = \sum_{i=1}^8 C_{2i}$	$P'_2 - C_{25}$
	3	X'_{31}	$\delta_{32} = X'_{32} - X'_{31} \delta_{12}$	$C_{33} = \frac{X'_{33} - X'_{31} \delta_{13}}{\delta_{32}}$ $- \delta_{32} C_{23}$	$C_{34} = \frac{X'_{34} - X'_{31} \delta_{14}}{C_{33}}$ $- \delta_{32} C_{24}$	$C_{35} = \frac{X'_{35} - X'_{31} \delta_{15}}{C_{33}}$ $- \delta_{32} C_{25}$	$C_{36} = \frac{X'_{36} - X'_{31} \delta_{16}}{C_{33}}$ $- \delta_{32} C_{26}$	$C_{37} = \frac{X'_{37} - X'_{31} \delta_{17}}{C_{33}}$ $- \delta_{32} C_{27}$	$C_{38} = \frac{X'_{38} - X'_{31} \delta_{18}}{C_{33}}$ $- \delta_{32} C_{28}$	$d_{35} = \frac{X'_{35} - X'_{31} \delta_{15}}{C_{33}}$ $- \delta_{32} C_{25}$	$P'_3 = \sum_{i=1}^8 d_{3i}$	$P'_3 - d_{35}$
	4	X'_{41}	$\delta_{42} = X'_{42} - X'_{41} \delta_{12}$	$C_{43} = \frac{X'_{43} - X'_{41} \delta_{13}}{\delta_{42}}$ $- \delta_{42} C_{23}$	$C_{44} = \frac{X'_{44} - X'_{41} \delta_{14}}{\delta_{42}}$ $- \delta_{42} C_{24}$	$C_{45} = \frac{X'_{45} - X'_{41} \delta_{15}}{\delta_{42}}$ $- \delta_{42} C_{25}$	$C_{46} = \frac{X'_{46} - X'_{41} \delta_{16}}{\delta_{42}}$ $- \delta_{42} C_{26}$	$C_{47} = \frac{X'_{47} - X'_{41} \delta_{17}}{\delta_{42}}$ $- \delta_{42} C_{27}$	$C_{48} = \frac{X'_{48} - X'_{41} \delta_{18}}{\delta_{42}}$ $- \delta_{42} C_{28}$	$e_{45} = \frac{X'_{45} - X'_{41} \delta_{15}}{\delta_{42}}$ $- \delta_{42} C_{25}$	$P'_4 = \sum_{i=1}^8 e_{4i}$	$P'_4 - e_{45}$
	5	X'_{51}	$\delta_{52} = X'_{52} - X'_{51} \delta_{12}$	$C_{53} = \frac{X'_{53} - X'_{51} \delta_{13}}{\delta_{52}}$ $- \delta_{52} C_{23}$	$C_{54} = \frac{X'_{54} - X'_{51} \delta_{14}}{\delta_{52}}$ $- \delta_{52} C_{24}$	$C_{55} = \frac{X'_{55} - X'_{51} \delta_{15}}{\delta_{52}}$ $- \delta_{52} C_{25}$	$C_{56} = \frac{X'_{56} - X'_{51} \delta_{16}}{\delta_{52}}$ $- \delta_{52} C_{26}$	$C_{57} = \frac{X'_{57} - X'_{51} \delta_{17}}{\delta_{52}}$ $- \delta_{52} C_{27}$	$C_{58} = \frac{X'_{58} - X'_{51} \delta_{18}}{\delta_{52}}$ $- \delta_{52} C_{28}$	$f_{55} = \frac{X'_{55} - X'_{51} \delta_{15}}{\delta_{52}}$ $- \delta_{52} C_{25}$	$P'_5 = \sum_{i=1}^8 f_{5i}$	$P'_5 - f_{55}$
	6	X'_{61}	$\delta_{62} = X'_{62} - X'_{61} \delta_{12}$	$C_{63} = \frac{X'_{63} - X'_{61} \delta_{13}}{\delta_{62}}$ $- \delta_{62} C_{23}$	$C_{64} = \frac{X'_{64} - X'_{61} \delta_{14}}{\delta_{62}}$ $- \delta_{62} C_{24}$	$C_{65} = \frac{X'_{65} - X'_{61} \delta_{15}}{\delta_{62}}$ $- \delta_{62} C_{25}$	$C_{66} = \frac{X'_{66} - X'_{61} \delta_{16}}{\delta_{62}}$ $- \delta_{62} C_{26}$	$C_{67} = \frac{X'_{67} - X'_{61} \delta_{17}}{\delta_{62}}$ $- \delta_{62} C_{27}$	$C_{68} = \frac{X'_{68} - X'_{61} \delta_{18}}{\delta_{62}}$ $- \delta_{62} C_{28}$	$g_{65} = \frac{X'_{65} - X'_{61} \delta_{15}}{\delta_{62}}$ $- \delta_{62} C_{25}$	$P'_6 = \sum_{i=1}^8 g_{6i}$	$P'_6 - g_{65}$
	7	X'_{71}	$\delta_{72} = X'_{72} - X'_{71} \delta_{12}$	$C_{73} = \frac{X'_{73} - X'_{71} \delta_{13}}{\delta_{72}}$ $- \delta_{72} C_{23}$	$C_{74} = \frac{X'_{74} - X'_{71} \delta_{14}}{\delta_{72}}$ $- \delta_{72} C_{24}$	$C_{75} = \frac{X'_{75} - X'_{71} \delta_{15}}{\delta_{72}}$ $- \delta_{72} C_{25}$	$C_{76} = \frac{X'_{76} - X'_{71} \delta_{16}}{\delta_{72}}$ $- \delta_{72} C_{26}$	$C_{77} = \frac{X'_{77} - X'_{71} \delta_{17}}{\delta_{72}}$ $- \delta_{72} C_{27}$	$C_{78} = \frac{X'_{78} - X'_{71} \delta_{18}}{\delta_{72}}$ $- \delta_{72} C_{28}$	$h_{75} = \frac{X'_{75} - X'_{71} \delta_{15}}{\delta_{72}}$ $- \delta_{72} C_{25}$	$P'_7 = \sum_{i=1}^8 h_{7i}$	$P'_7 - h_{75}$
IV		$\alpha_1 = \delta_{18} - \delta_{17} \delta_{72} - \delta_{16} \delta_{62}$ $- \delta_{15} \alpha_5 - \delta_{14} \alpha_4 -$ $- \delta_{13} \alpha_3 - \delta_{12} \alpha_2$	$\alpha_2 = C_{28} - \delta_{27} \delta_{72} - C_{26}$ $- \alpha_6 - C_{25} \alpha_5 - C_{24} \alpha_4 -$ $- C_{23} \alpha_3$	$\alpha_3 = C_{38} - \delta_{37} \delta_{72} -$ $- \alpha_6 \alpha_5 - \alpha_5 \alpha_5 =$ $- \alpha_4 \alpha_4$	$\alpha_4 = \delta_{48} - \delta_{47} \delta_{72} -$ $- \delta_{46} \alpha_5 - \delta_{45} \alpha_5 =$ $- \delta_{44} \alpha_4$	$\alpha_5 = f_{58} - f_{57} \delta_{72} -$ $- f_{56} \alpha_6$	$\alpha_6 = g_{68} - g_{67} \delta_{72} -$ $- \delta_{72} \alpha_7$	$\alpha_7 = h_{78}$				

[1] — переписываем первый столбец из (2);

[2] — делим первую строку матрицы (2), за исключением x'_{11} , на x'_{11}

$$b_{1j} = \frac{x'_{1j}}{x'_{11}}, \quad j = 2, 3, 4, \dots, 8;$$

[3] — проводим вычисления по формуле

$$b_{ij} = x'_{ij} - x'_{i1} b_{1j}, \quad \begin{matrix} i = 2, 3, \dots, 7, \\ j = 2 \end{matrix}$$

[4] — вычисляем по формуле

$$c_{ij} = \frac{x'_{ij} - x'_{i1} b_{1j}}{b_{22}}, \quad \begin{matrix} j = 3, 4, \dots, 8, \\ i = 2; \end{matrix}$$

[5]

$$c_{ij} = x'_{ij} - x'_{i1} l_{1j} - b_{i2} c_{2j}, \quad \begin{matrix} j = 3, \\ i = 3, 4, \dots, 7, \end{matrix}$$

и т. д.

Правило вычисления элементов матрицы (3) можно сформулировать следующим образом.

Чтобы получить элемент матрицы (3):

а) берется соответствующий элемент из (2);

б) из него вычитаются произведения произведения элементов матрицы (3), расположенные в той же строке левее и в том же столбце выше, что и вычисляемый элемент, причем произведения берутся в соответственном порядке, т. е. первый в строке на первый в столбце, второй в строке на второй в столбце и т. д. (фактические знаки этих произведений учитываются);

в) если определяемый элемент расположен на главной диагонали (т. е. на диагонали, содержащей x_{11} , b_{22} , c_{33} и т. д.) или ниже ее, то полученный в (б) результат записывается. Если же этот элемент лежит правее главной диагонали, то результат, полученный в (б), делится на диагональный элемент той же строки.

Значения неизвестных a_n получаются теперь из уравнений следующим образом:

$$a_7 = k_{78},$$

$$a_6 = g_{68} - g_{67} a_7,$$

$$a_5 = f_{58} - f_{57} a_7 - f_{56} a_6,$$

$$a_4 = e_{48} - e_{47} a_7 - e_{46} a_6 - e_{45} a_5,$$

$$a_3 = d_{38} - d_{37} a_7 - d_{36} a_6 - d_{35} a_5 - d_{34} a_4,$$

$$a_2 = c_{28} - c_{27} a_7 - c_{26} a_6 - c_{25} a_5 - c_{24} a_4 - c_{23} a_3,$$

$$a_1 = b_{18} - b_{17} a_7 - b_{16} a_6 - b_{15} a_5 - b_{14} a_4 - b_{13} a_3 - b_{12} a_2.$$

Все расчеты согласно [4] могут быть сведены к табличной форме (см. таблицу).

Указанным способом было получено два уравнения:

в одном из них использованы все семь вышеупомянутых гидрометеорологических элементов (ряд наблюдений за 32 года),

в другом — рассмотрены только те годы, когда наблюдалось достаточное длительное залитие займищ (ряд наблюдений за 18 лет). В последнем случае влияние величины и продолжительности половодья было исключено.

Общий вид уравнений

$$y = -0,090x_1 + 0,094x_2 + 0,859x_3 - 0,295x_4 + 0,172x_5 - 0,214x_6 + 0,111x_7, \quad (I)$$

$$y = -0,281x_1 + 0,754x_2 + 0,344x_3 - 0,040x_4 + 0,368x_5. \quad (II)$$

Средняя квадратичная ошибка:

для уравнения (I) $\pm 1,1$;

для уравнения (II) $\pm 1,2$ при обеспеченности метода соответственно 75 и 70%.

При анализе уравнений выяснилось, что эффективность размножения определяется не только продолжительностью и величиной половодья, но и термическими условиями в период нереста и на ранних этапах жизни личинок судака.

С помощью уравнений (I) и (II) был вычислен промысловый возврат донского судака. В большинстве случаев рассчитанные данные

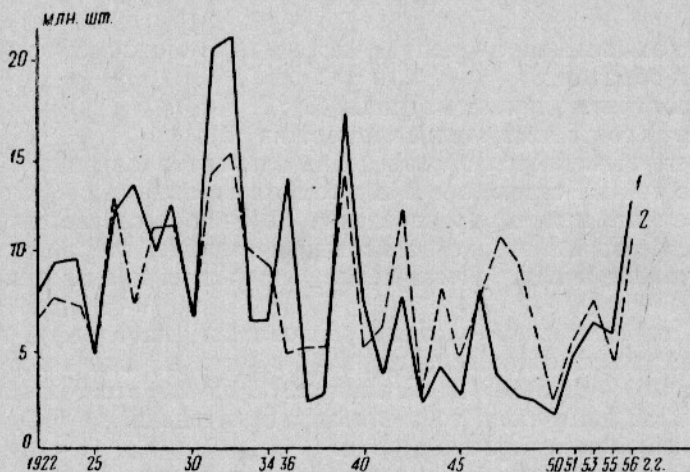


Рис. 1. Промысловый возврат донского судака по данным Е. Г. Бойко (1) и вычисленный по уравнению (I) (2).

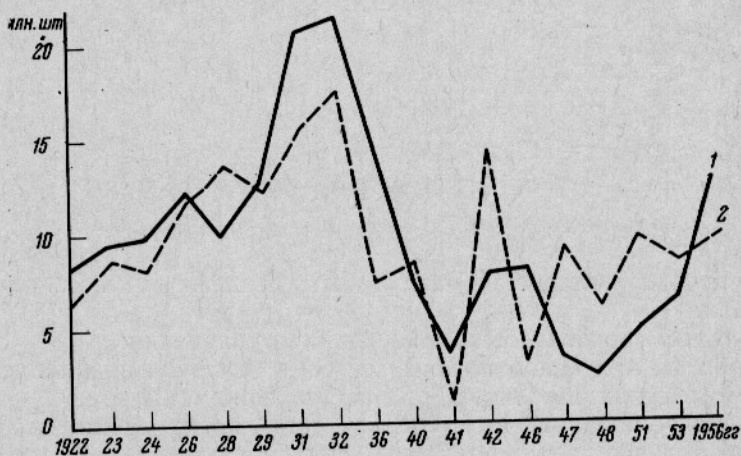


Рис. 2. Промысловый возврат донского судака по данным Е. Г. Бойко (1) и вычисленный по уравнению (II) (2).

хорошо согласуются с фактическими (рис. 1, 2). И только в отдельные годы (1931—1932; 1947—1949) ошибка расчетных величин превышает 20% многолетней амплитуды. Поскольку большие отклонения в обоих случаях приходится на одни и те же годы, то не исключена возможность, что это связано не только с неточностью метода, но и с нерепрезентативностью данных по промысловому возврату.

Следует заметить, что для получения надежных уравнений необходимо пользоваться рядом наблюдений не менее чем на 25 лет.

ЛИТЕРАТУРА

- Березин И. С. и Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. II. Физматгиз, 1962.
Бойко Е. Г. Эффективность естественного размножения и основные пути воспроизводства судака Азовского моря. Труды ВНИРО. Т. XXXI. Вып. 2, 1955.
Городничий А. Е. Данные по биологии молоди ранних стадий судака и леща в Таганрогском заливе. Труды АзЧерНИРО. Вып. 16, 1955.
Попов Е. Г., Борзаковская А. В. Применение множественной корреляции к прогнозам уровня воды на больших реках. Труды ЦИП. Вып. 117, 1963.