

УДК 639.2.053:51

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА СКОПЛЕНИЯ РЫБ МЕТОДОМ ИЗОЛИНИЙ

З. М. Аксютина

Величина скопления рыб по данным количественной съемки часто определяется с помощью оценки среднего улова по средней арифметической величине всех данных съемки. Однако в случае большого колебания уловов по величине, которое обусловлено неслучайным распределением рыб в акватории, эта оценка может быть неэффективной и содержать значительную случайную погрешность.

Средний взвешенный улов, получаемый методом изолиний или методом оконтуривания, является, как будет показано выше, более эффективной оценкой среднего улова. Метод изолиний уже нашел широкое применение в метеорологии. В практике рыбохозяйственных исследований он используется все еще редко¹. Причем, вторая и неотъемлемая часть работы, оценка точности приближенной информации о среднем улове, как правило, не выполняется, а это может повлечь ошибочные научные и хозяйственные выводы.

Рассмотрим подробно количественную оценку скопления рыб методом изолиний, включая, с заданной надежностью, оценку точности полученной информации.

Метод изолиний состоит в том, что на карте количественной съемки скопления оконтуриваются зоны с равновеликими уловами, оценивается средний взвешенный по площадям зон улов, который затем экстраполируется на всю площадь, занятую скоплением.

Пусть карта съемки разбита на S зон ($i = 1, 2, \dots, S$), внутри которых уловы примерно равновелики.

Для каждой зоны i вычисляются средний арифметический улов \bar{x}_i , исправленная дисперсия уловов S_i^2 и дисперсия зонального среднего улова $\sigma^2(\bar{x}_i)$;

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} x_l}{n_i}, \quad (1)$$

$$S_i^2 = \frac{\sum_{l=1}^{n_i} (x_l - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}, \quad (2)$$

$$\sigma^2(\bar{x}_i) = \frac{S_i^2}{n_i}, \quad (3)$$

¹ Способ оконтуривания применялся М. В. Желтенковой (1962) для оценки запасов мидий в Черном море, а ранее В. М. Майским (1940) для оценки запасов тюльки в Азовском море. В работе последнего изложена методика построения изолиний одинаковой плотности по данным исследовательских уловов.

где $l = 1, 2, \dots, n_i$;
 x_l — величина l -го улова в зоне i ;
 n_i — число всех уловов в зоне i .

Средний взвешенный для S зон улов определяется равенством*

$$\bar{x}_f = \frac{\sum_{i=1}^S f_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^S f_i}, \quad (4)$$

где f_i — определенный вес, приписываемый каждому зональному среднему \bar{x}_i .

Так как каждый средний улов \bar{x}_i вычисляется для i -й зоны с соответствующей площадью Q_i , то весами зональных средних могут служить площади зон. Формула (4) в этом случае примет вид:

$$\bar{x}_Q = \frac{\sum_{i=1}^S Q_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^S Q_i}. \quad (5)$$

Дисперсия средней взвешенной (5) равна

$$\sigma^2(\bar{x}_Q) = \sigma^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^S Q_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^S Q_i} \right) = \frac{\sum_{i=1}^S Q_i^2 \sigma^2(\bar{x}_i)}{\left(\sum_{i=1}^S Q_i \right)^2}.$$

Отсюда

$$\sigma(\bar{x}_Q) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^S Q_i^2 \sigma^2(\bar{x}_i)}}{\sum_{i=1}^S Q_i}. \quad (6) \quad **$$

Таким образом, стандартное отклонение (6) средней взвешенной (5) зависит только от степени варьирования уловов внутри каждой зоны и не зависит от варьирования уловов между зонами. Распределение средней взвешенной при достаточно большом количестве уловов будет близко к нормальному, поэтому ее точность определяется соотношением**:

$$\varepsilon_\gamma = t_\gamma(r) \sigma(\bar{x}_Q), \quad (7)$$

где $t_\gamma(r)$ — значение t — распределения Стьюдента, определяемое по соответствующим таблицам в зависимости от надежности γ и числа степеней свободы $r = \sum_{i=1}^S n_i - S$.

Таким образом, доверительные границы среднего улова определяются числами

$$\bar{x}_{\max, \min} = \bar{x}_Q \pm \varepsilon_\gamma. \quad (8)$$

* В. М. ЩигOLEV (1962).

** З. М. АксютИНА (1968).

Прежде чем ввести основное уравнение количественной оценки популяции рыб, уточним понятие средней численности рыб на единицу площади водоема. Если бы удалось пересчитать всех рыб в водоеме, то отношение количества всех рыб к площади водоема определило бы среднюю численность рыб на единицу площади водоема. Так как подобная операция вряд ли выполнима, то для получения информации о средней численности можно воспользоваться оценкой среднего улова, по возможности наиболее эффективной.

Действительно, разделив средний улов на площадь зоны облова и вводя коэффициент уловистости — поправку на систематическую ошибку, так как орудие лова захватывает лишь часть рыбы, находящейся в зоне облова, мы получим приближенную оценку средней численности рыб на единицу площади водоема. Экстраполируя это число на всю площадь водоема (или на отдельный участок), определим среднюю численность рыб в водоеме (или участке водоема).

Таким образом, в качестве основного уравнения количественной оценки популяции рыб может служить следующая формула:

$$\bar{N} = \frac{Q\bar{x}}{kq} \quad (9)$$

где \bar{N} — количественная оценка популяции рыб;

Q — площадь водоема;

q — площадь зоны одного облова;

k — коэффициент уловистости орудия лова, отношение количества рыб в улове ко всему количеству рыб, находящихся в зоне облова;

\bar{x} — средний улов на один замет орудия лова.

В случае оценки среднего улова по средней взвешенной формула (9) примет вид:

$$\bar{N} = \frac{\sum_{i=1}^S Q_i \bar{x}_i}{kq} = \frac{\bar{x}_Q \sum_{i=1}^S Q_i}{kq} \quad (10)$$

Остановимся на оценке величины скопления рыб методом изолиний по данным количественной съемки (уловы даны в кг на 1 ч траления¹). На рис. 1 околтурены зоны с уловами до 100, от 100 до 500, от 500 до 1000, от 1000 до 5000 и более кг.

Зональные характеристики приведены в таблице.

Номер зоны i	\bar{x}_i , кг	Q_i , м ²	$\sigma(\bar{x}_i)$, кг
1	42,5	100 · 10 ³	4,6
2	248,5	40 · 10 ³	22,8
3	768,8	27 · 10 ³	39,3
4	2652,3	6,5 · 10 ³	612,0
5	9466,9	4,5 · 10 ³	2704,0

* Подобные формулы применялись И. И. Месяцевым (1935) при оценке запасов тресковых рыб в Баренцевом море и сиговых в Ладожском озере и В. Н. Майским (1940) при определении запасов тюльки в Азовском море.

¹ Вычисления проведены в лаборатории вычислительной техники ВНИРО на ЭВМ «Проминь» инженером А. Азволинским.

По данным столбцов 2 и 3 определен средний взвешенный улов:

$$\bar{x}_Q = \frac{\sum_{i=1}^5 Q_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^5 Q_i} = 532,5 \text{ кг.}$$

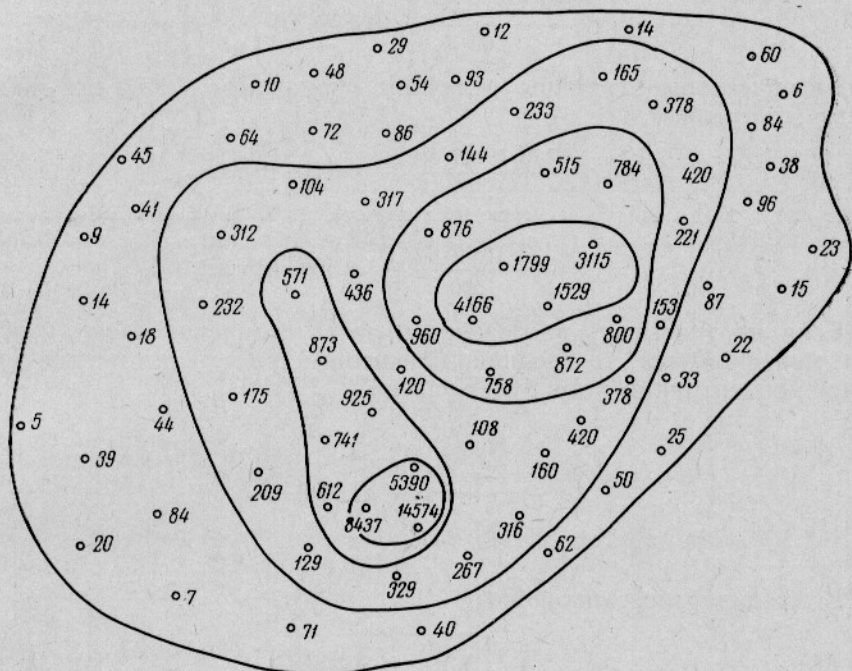


Рис. 1. Схема количественной съемки скопления рыб.

по данным столбцов 3 и 4 — его средняя ошибка:

$$\sigma(\bar{x}_Q) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^5 Q_i^2 \sigma^2(\bar{x}_i)}}{\sum_{i=1}^5 Q_i} = 72,5 \text{ кг.}$$

Число всех уловов $n=76$, поэтому при надежности $\gamma=0,90$ значение $t_\gamma(r) = t_{0,90}(71) = 1,67$ и доверительный интервал (8) для полученного среднего улова составляет

$$\bar{x}_{\max, \min} = 532,5 \pm 1,67 \cdot 72,1 = 532,4 \pm 120,4.$$

Таким образом, по данным съемки, средний взвешенный улов равен 532,5 кг, с надежностью 90% его возможные границы равны

$$\bar{x}_{\min} = 412,1 \text{ кг и } \bar{x}_{\max} = 652,9 \text{ кг.}$$

Экстраполируя средний улов по формуле (10) на всю площадь, занятую скоплением, оценим среднюю величину скопления (очевидно,

в весовых единицах, так как в весовых единицах определен средний улов), полагая при этом, что коэффициент уловистости $k = \frac{1}{3}$, площадь протрала за единицу времени (1 ч) $q = 500 \text{ м}^2$, площадь, занятая скоплением, $\sum_{i=1}^5 Q_i = 178 \cdot 10^3 \text{ м}^2$.

Получим

$$N = \frac{178 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 532,5}{500} = 570 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Доверительные границы величины скопления с 90%-ной надежностью составляют

$$N_{\min} = \frac{178 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 412,1}{500} = 440 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

и

$$N_{\max} = \frac{178 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 652,9}{500} = 697 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Если не учитывать разреженную часть скопления (зону 1 с уловами менее 100 кг), то средний, взвешенный по четырем зонам уплотненной концентрации, улов будет равен

$$\bar{x}'_Q = \frac{\sum_{i=2}^5 Q_i \bar{x}_i}{\sum_{i=2}^5 Q_i} = 1146,4 \text{ кг.}$$

Его стандартное отклонение

$$\sigma(\bar{x}'_Q) = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^5 Q_i^2 \sigma^2(\bar{x}_i)}}{\sum_{i=2}^5 Q_i} = 163,3 \text{ кг.}$$

Относительная погрешность среднего улова зон 2—5 может составить примерно

$$\delta = \frac{163,3}{1146,4} \cdot 100 = 14 \%.$$

В зонах 2—5 число уловов $n' = 42$, поэтому $t_{0,90}(38) = 1,68$ и доверительный интервал для среднего улова \bar{x}'_Q составляет

$$\bar{x}'_{\max, \min} = 1146,4 \pm 1,68 \cdot 163,3 = 1146,4 \pm 274,3.$$

Отсюда

$$\bar{x}'_{\min} = 872,1 \text{ кг и } \bar{x}'_{\max} = 1420,7 \text{ кг.}$$

Средняя величина скопления, занимающего зоны 2, 3, 4, 5,

$$N' = \frac{78 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 1146,4}{500} = 536 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Ее 90%-ные доверительные границы соответственно равны

$$N'_{\min} = \frac{78 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 872,1}{500} = 408 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

и

$$N'_{\max} = \frac{78 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 1420,7}{500} = 665 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Таким образом, основная часть скопления с надежностью 90% содержит от 408 до 665 т.

Для сравнения проведем оценку этой же части скопления методом средней арифметической.

Средний арифметический улов

$$\bar{x}_{\text{ар}} = \frac{\sum_{k=1}^{42} x_k}{42} = 1286 \text{ кг.}$$

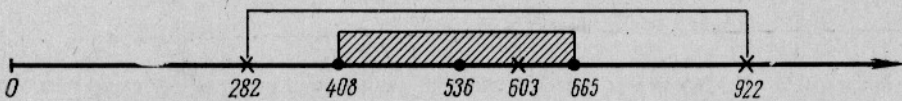


Рис. 2. Схематическое изображение доверительных интервалов.

Стандартное отклонение уловов в этом случае

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{42} (x_k - \bar{x}_{\text{ар}})^2}{41}} = 2635 \text{ кг.}$$

Средняя ошибка среднего арифметического улова может составить

$$\sigma(\bar{x}_{\text{ар}}) = \frac{S}{\sqrt{42}} = 406,7 \text{ кг.}$$

Его относительная погрешность может быть

$$\delta = \frac{406,4}{1286} \cdot 100 = 32\%.$$

90%-ный доверительный интервал для $\bar{x}_{\text{ар}}$ составляет

$$\bar{x}_{\text{ар. max, min}} = 1286 \pm 1,68 \cdot 406,7 = 1286 \pm 683,2.$$

Отсюда

$$\bar{x}_{\text{ар. min}} = 602,8 \text{ кг, } \bar{x}_{\text{ар. max}} = 1969,2 \text{ кг.}$$

Экстраполируя величину $\bar{x}_{\text{ар}}$ и его доверительные границы по формуле (9) на площадь зон 2—5, получим среднюю величину скопления 603 т, с 90%-ными доверительными границами возможной величины от 282 до 922 т.

На рис. 2 схематически изображены средняя величина скопления и ее границы по методу изолиний (кружками) и средняя величина скопления и ее границы по методу среднего арифметического улова (крестами). В последнем случае доверительный интервал значительно шире.

Из сравнения двух методов видно, что оценка скопления рыб с помощью среднего взвешенного улова менее подвержена случайным отклонениям, чем по методу среднего арифметического, хотя последним в практике рыбного хозяйства пользуются значительно чаще.

Следует заметить, что точность оценки величины популяции при методе изолиний, как и при других статистических методах, зависит от

количества наблюдений, в данном случае от количества уловов в каждой зоне. При малом числе уловов в зонах (иногда, применяя метод оконтуривания, ограничиваются двумя-тремя уловами в зоне) полученная информация о величине популяции может оказаться в значительной мере случайной и ее использование, особенно без оценки точности, может повлечь ошибочные выводы.

В общем виде решение задачи о количественной оценке популяции рыб по данным контрольных уловов должно состоять из анализа закономерности распределения уловов, получения наиболее эффективной оценки среднего улова и, следовательно, величины популяции рыб и определения точности полученного результата.

Попытка такого решения с применением ЭВМ рассматривается в статье «Об использовании электронных вычислительных машин для анализа распределения и количественной оценки популяции рыб».

ЛИТЕРАТУРА

- Аксютин З. М. Элементы математической оценки результатов наблюдений в биологических и рыбохозяйственных исследованиях. Изд-во «Пищевая промышленность», 1968.
- Желтенкова М. В. Распределение и запасы мидий в северо-западной части Черного моря по съемке 1958 г. Труды Всесоюзного гидробиологического общества. Т. XII, 1962.
- Майский В. Н. К методике изучения рыбной продуктивности Азовского моря. Труды АзчерНИРО. Т. XII. Вып. 4. 1940.
- Месяцев И. И., Зуссер С. Г. и др. Запасы рыб и интенсивность промысла. «Рыбное хозяйство», 1935, № 3.
- ШигOLEV В. М. Математическая обработка наблюдений. ФМ, 1962.