

УДК 597—152.6:681.142

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН ДЛЯ АНАЛИЗА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ ПОПУЛЯЦИИ РЫБ

З. М. Аксютина

Проблема оценки численности рыб в водоеме до настоящего времени не получила своего окончательного решения.

В этой статье мы остановимся на количественной оценке популяции рыб по данным контрольных уловов с помощью осредненных характеристик, из которых основной является средний улов.

Математическая статистика располагает целым набором средних величин: арифметическая, гармоническая, геометрическая средние, различные оценки математического ожидания случайной величины для различных законов распределения. И, конечно, выбор той или иной средней, для оценки основной характеристики численности — среднего улова, не может решаться субъективно, а должен быть биологически или математически обоснован. Вероятностная модель распределения популяции рыб может быть построена путем статистического анализа закономерности распределения уловов. В этом случае подбирается гипотетический закон распределения, с помощью критериев согласия устанавливается его соответствие статистическим данным и лишь после этого оцениваются соответствующие числовые характеристики и их точность.

Распределение рыбы в водоеме не случайно. Оно определяется условиями среды, наличием корма, образованием скоплений, косяков и поэтому в общем случае не может моделироваться нормальным законом, а средний арифметический улов, особенно при небольшом количестве станций облова, может содержать значительную случайную погрешность и оказаться неэффективной оценкой среднего улова.

Проведенные автором статистические анализы распределения уловов хамсы в Азовском море за ряд лет (по статистическим данным Н. Ф. Тараненко, АзЧерНИРО), молоди полупроходных видов рыб в водоемах нерестово-выростных хозяйств (по данным нашим и Г. Г. Таманской), дальневосточных крабов (по данным В. И. Чекуновой), черноморских мидий (по данным М. В. Желтенковой) подтвердили гипотезу о логарифмически нормальном законе распределения уловов X , плотность вероятностей которого определяется функцией¹

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left[\Phi \left(\frac{\ln x - \nu}{\sigma} \right) \right] = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{x} e^{-\frac{(\ln x - \nu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

¹ З. М. Аксютина (1968), З. М. Аксютина, Э. Я. Драпацкий (1968).

где

$$\nu = M(\ln X), \quad \sigma^2 = D(\ln X),$$

а соответствующие числовые характеристики — равенствами:

$$M(X) = e^{\nu + \frac{1}{2}\sigma^2} \quad (2)$$

и

$$D(X) = e^{2\nu + 2\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1), \quad (3)$$

где $M(X)$ — математическое ожидание случайной величины;

$D(X)$ — дисперсия случайной величины.

С помощью различных критериев согласия проверено соответствие выдвинутой гипотезы статистическим данным. Полученное различие не давало оснований для опровержения гипотезы и могло быть отнесено за счет случайностей выборочного метода.

В этом случае эффективной оценкой среднего улова может служить максимально правдоподобная оценка $\bar{\alpha}$ математического ожидания (2) логарифмически нормального распределения (1):

$$\bar{\alpha} = e^{\overline{\ln x}} \Psi_n \left(\frac{1}{2} S^2 \right), \quad (4)$$

где

$$\overline{\ln x} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{n}$$

средняя арифметическая величина логарифмов уловов;

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\ln x_i - \overline{\ln x})^2}{n-1}$$

исправленная оценка дисперсии логарифмов уловов;

функция $\Psi_n(t)$ выражается соотношением

$$\Psi_n(t) = e^t \left[1 - \frac{t(t+1)}{n} + \frac{t^2(3t^2 + 22t + 21)}{6n^2} \right] + O\left(\frac{1}{n^3}\right). \quad (5)$$

Дисперсия максимально правдоподобной оценки $\bar{\alpha}$ определяется равенством

$$D(\bar{\alpha}) = \frac{\bar{\alpha}^2}{n} \left(S^2 + \frac{S^4}{2} \right). \quad (6)$$

Так как максимально правдоподобная оценка $\bar{\alpha}$ имеет асимптотически нормальное распределение, то ее точность

$$\varepsilon_\gamma = \left| t_\gamma(r) \frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{n}} S \left(1 + \frac{S^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right|, \quad (7)$$

где $t_\gamma(r)$ — значение t — распределения Стьюдента, определяемого по таблицам в зависимости от надежности γ и числа степеней свободы $r = n - 1$.

Зная точность ε_γ оценки $\bar{\alpha}$ можно с заданной надежностью γ определить ее доверительные границы

$$\bar{\alpha}_{\min, \max} = \bar{\alpha} \pm \varepsilon_\gamma = \bar{\alpha} \pm t_\gamma(k) \frac{\bar{\alpha}}{\sqrt{n}} S \left(1 + \frac{S^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

По результатам нашего исследования, в отдельных случаях распределения уловов удовлетворительно согласовались и с нормальным законом. Нормальному распределению не противоречили исследовательские уловы мраморной нотатении в Ложбине нотатении моря Скотия (статистические данные 5-й научно-промысловой экспедиции на НПС «Академик Книпович», руководитель экспедиции А. В. Лестев), промысловые уловы скумбрии (по данным О. Г. Рябикова), некоторые съемки молоди судака в местах его нереста.

В этих случаях эффективной оценкой среднего улова может служить средний арифметический улов.

Таким образом, вопрос о математическом законе количественного распределения уловов и определении эффективных оценок его числовых характеристик не решается однозначно. Это объяснимо, так как закон распределения совокупности рыб в водоеме и степень его проявления, вероятно, не являются постоянными свойствами данного вида, а изменяются в зависимости от его биологического состояния и многих факторов среды.

Следовательно, задаче определения эффективных оценок числовых характеристик совокупности уловов должен предшествовать анализ закономерности их распределения.

Для определения величины популяции рыб и оценки точности полученной информации средний улов и его граничные значения экстраполируются на всю контролируемую площадь водоема с помощью основного уравнения количественной оценки запаса рыб:

$$N = \frac{Qa}{kq}, \quad (9)$$

где N — оценка величины запаса;

Q — контролируемая площадь водоема;

k — коэффициент уловистости орудия;

q — площадь, протраченная орудием лова.

a — эффективная оценка математического ожидания улова, средний арифметический уловов при нормальном распределении уловов или максимально правдоподобная оценка при логнормальном.

Если выделить коэффициент запаса — множитель $\frac{Q}{kq} = p$, то формула (9) примет вид:

$$N = pa. \quad (10)$$

Относительную погрешность оценки запаса можно определить, полагая параметры Q , q и k постоянными, как погрешность оценки математического ожидания улова — отношение стандартного отклонения оценки к ее величине:

$$\delta(N) = \delta(a) = \frac{\sigma(a)}{a}. \quad (11)$$

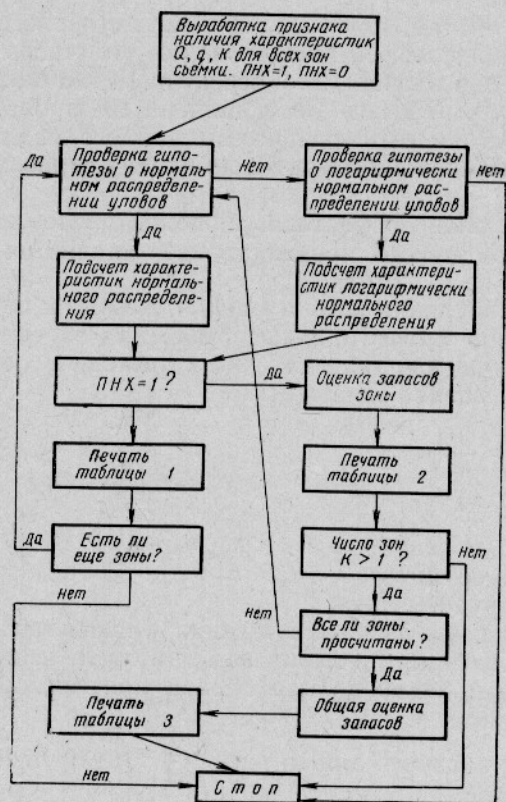
При использовании электронных вычислительных машин трудоемкость определения характеристик (4) и (6) не может служить препятствием для их применения.

Для эффективной оценки на ЭВМ¹ запаса рыб по данным ихтиологической съемки предлагается следующий алгоритм программы.

¹ Электронная вычислительная машина.

АЛГОРИТМ СТАНДАРТНОЙ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОЦЕНКИ ЗАПАСА РЫБ ПО ДАННЫМ ИХТИОЛОГИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

На рисунке изображена блок-схема программы для ЭВМ вероятностной оценки запаса рыб по данным ихтиологической съемки. Она содержит подпрограммы: первая — анализа распределения уловов и оценки соответствующих числовых характеристик (если не заданы параметры Q , q и k), вторая — анализа распределения уловов и оценки



Блок-схема анализа распределения уловов и оценки численности рыб.

запасов рыб при простой (без деления на зоны) съемке и третья — анализа распределения уловов и оценки запасов рыб при зональной съемке.

Алгоритм программы состоит из шести основных блоков.

Блок I проверяет гипотезу о нормальном распределении уловов в i -й зоне ($i=1, 2, \dots, s$).

I.1. Составляется упорядоченный статистический ряд не нулевых уловов (нулевые уловы учитываются отдельно):

$$x_1 < x_2 < \dots < x_k < \dots < x_e,$$

$$m_1, m_2, \dots, m_k, \dots, m_e,$$

где x_k — величина k -го улова;

m_k — число уловов x_k ;

e — число членов статистического ряда.

1.2. Вычисляются оценки числовых характеристик распределения:

$$а) n_i = \sum_{k=1}^e m_k;$$

$$б) \bar{x}_i = \frac{\sum_{k=1}^e m_k x_k}{n_i};$$

$$в) \bar{\sigma}_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^e (x_k - \bar{x})^2 m_k}{n_i - 1}};$$

$$г) \sigma(\bar{x}_i) = \frac{\bar{\sigma}_i}{\sqrt{n_i}}.$$

1.3. Рассчитываются значения функций:

$$а) y_k = \frac{x_k - \bar{x}_i}{\bar{\sigma}_i \sqrt{2}};$$

$$б) \operatorname{erf} y_k = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{y_k} e^{-t^2} dt,$$

$$в) F(x_k) = \frac{1}{2} (\operatorname{erf} y_k + 1).$$

1.4. Вычисляется мера отклонения:

$$n_i \omega^2 = \sum_{k=1}^e m_k \left\{ \frac{m_k}{12n_i^2} + \left[F(x_k) + \frac{1}{n_i} \left(\frac{m_k}{2} - \sum_{n=1}^k m_n \right) \right]^2 \right\}^*.$$

1.5. Мера отклонения $n_i \omega^2$ сравнивается с критическими значениями:

а) если $n_i \omega^2 \leq 0,4614$, то распределение уловов несущественно отличается от нормального и вычисления передаются блоку II;

б) если $n_i \omega^2 > 0,4614$, то распределение существенно отличается от нормального и вычисления переходят к блоку II.

Блок II включается в расчеты в случае выполнения неравенств 1.5.а и оценивает погрешность среднего улова и доверительные границы для математического ожидания улова:

$$\text{II. 1. а) } \delta(\bar{x}_i) = \frac{\sigma(\bar{x}_i)}{\bar{x}_i};$$

$$б) \varepsilon(\bar{x}_i) = t_{0,90}(n_i - 1) \sigma(\bar{x}_i).$$

$$\text{II. 2. а) } \bar{x}_{i \min} = \bar{x}_i - \varepsilon(\bar{x}_i);$$

$$б) \bar{x}_{i \max} = \bar{x}_i + \varepsilon(\bar{x}_i).$$

II.3. а) Если заданы параметры зоны, площадь зоны Q_i , площадь притонения при одном замете орудия лова q_i и коэффициент уловистости k_i , то вычисления передаются блоку V.

* З. М. Аксютина (1968).

б) Если параметры Q_i , q_i и k_i не заданы, то на печать, в виде табл. 1, выдаются результаты пп. I.2.а, б; I.4; 2.1 а и II.2 а, б. (В табл. 1 средний улов обозначен буквой a , при нормальном распределении уловов это средний арифметический улов, при логнормальном — максимально правдоподобная оценка математического ожидания).

Блок III включается в вычисление в случае выполнения неравенства I.5 б и проверяет гипотезу о логарифмически нормальном распределении уловов в i -й зоне.

III.1. Составляется статистическая совокупность логарифмов уловов:

$$\ln x_1, \ln x_2, \dots, \ln x_k, \dots, \ln x_e, \\ m_1, m_2, \dots, m_k, \dots, m_e.$$

III.2. Вычисляются оценки параметров распределения:

$$а) \overline{\ln x}_i = \frac{\sum_{k=1}^e m_k \ln x_k}{n};$$

$$б) S_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^e (\ln x_k - \overline{\ln x})^2 m_k}{n_i - 1}}.$$

III.3. Определяются значения функций:

$$а) z_k = \frac{\ln x_k - \overline{\ln x}_i}{S_i \sqrt{2}};$$

$$б) \operatorname{erf} z_k = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{z_k} e^{-t^2} dt;$$

$$в) F(\ln x_k) = \frac{1}{2} (\operatorname{erf} z_k + 1).$$

III.4. Рассчитывается мера отклонения:

$$n_i \omega_{\ln x}^2 = \sum_{k=1}^e m_k \left\{ \frac{m_k}{12n_i^2} + \left[F(\ln x_k) + \frac{1}{n_i} \left(\frac{m_k}{2} - \sum_{n=1}^k m_n \right) \right]^2 \right\}.$$

III.5. а) если $n_i \omega_{\ln x}^2 \leq 0,7435$, то вычисления передаются блоку IV:

б) если $n_i \omega_{\ln x}^2 > 0,7435$, то на печать выдаются результаты вычислений пп. I.4 и III.4.

Блок IV включается в вычисления в случае выполнения неравенств 3.5. а и оценивает числовые характеристики логнормального распределения.

IV.1. Вычисляется значение функции

$$\Psi_{n_i}(t) = e^t \left[1 - \frac{t(t+1)}{n_i} + \frac{t^2(3t^2 + 22t + 21)}{6n_i^2} \right]$$

при

$$t = \frac{1}{2} S_i^2.$$

IV.2. Вычисляются выборочные характеристики:

$$а) \alpha_i = e^{\overline{\ln x}_i} \Psi_{n_i} \left(\frac{1}{2} S_i^2 \right);$$

$$б) \sigma(\alpha_i) = \frac{\alpha_i}{\sqrt{n_i}} S_i \left(1 + \frac{S_i^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}};$$

$$в) \varepsilon(\alpha_i) = t_{0,90}(n_i - 1) \sigma(\alpha_i);$$

$$г) \alpha_{i \min} = \alpha_i - \varepsilon(\alpha_i);$$

$$д) \alpha_{i \max} = \alpha_i + \varepsilon(\alpha_i);$$

$$е) \delta(\alpha_i) = \frac{\sigma(\alpha_i)}{\alpha_i}.$$

IV.3. а) если заданы параметры Q_i , q_i и k_i , то вычисления передаются блоку V;

б) если параметры Q_i , q_i , k_i не заданы, то на печать выдаются в виде табл. 1 результаты пп. I.2. а; III.4; IV.2 а, г, д, е.

Блок V оценивает численность рыб в контролируемой зоне.

V.1. Вычисляется коэффициент зоны:

$$\rho_i = \frac{Q_i n_i}{(n_i + m_i) k_i q_i},$$

где n_i — число не нулевых уловов в зоне;

m_i — число нулевых уловов в зоне.

V.2. Оценивается средняя численность рыб в зоне и доверительные границы фактической численности:

$$а) \bar{N}_i = \rho_i a_i^*;$$

$$б) \bar{N}_{i \min} = \rho_i a_{i \min};$$

$$в) \bar{N}_{i \max} = \rho_i a_{i \max};$$

г) на печать в виде табл. 2 выдаются результаты пп. I.2. а, б; I.4; II.1. а; II.2. а, б; V.2. а, б, в или I.2. а; III.4; IV.2. а, г, д, е; V.2. а, б, в;

д) если съемка простая ($S=1$), то расчеты прекращаются.

V.3. Если съемка зональная ($S>1$), то:

а) параметры a_i , $\sigma(a_i)$, ρ_i сохраняются в памяти машины;

б) вычисления по блокам I—V повторяются для следующих зон;

в) после расчетов по всем зонам вычисления передаются блоку VI.

Блок VI вычисляет общий запас по S зонам.

VI.1. Вычисляются объединенные характеристики:

$$а) r = \sum_{i=1}^S \rho_i;$$

$$б) b = \frac{\sum_{i=1}^S \rho_i a_i}{r};$$

$$в) \sigma(b) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^S \rho_i^2 \sigma^2(a_i)}}{r};$$

$$г) \delta(b) = \frac{\sigma(b)}{b},$$

где S — число зон.

* Буквой a обозначен средний улов: при нормальном законе распределения это средний арифметический улов \bar{x} , при логарифмическом нормальном — это максимальная правдоподобная оценка α математического ожидания улова.

VI.2. Оцениваются границы математического ожидания улова:

$$а) n = \sum_{i=1}^S n_i;$$

$$б) \varepsilon(b) = t_{0,90}(n - S) \sigma(b);$$

$$в) b_{\min} = b - \varepsilon(b);$$

$$г) b_{\max} = b + \varepsilon(b).$$

VI.3. Оценивается общий средний запас и его доверительные границы:

$$а) N = rb;$$

$$б) N_{\min} = rb_{\min};$$

$$в) N_{\max} = rb_{\max}.$$

VI.4. Результаты вычислений пп. VI.1. б, г; VI.2. а, в, г; VI.3. а, б, в виде табл. 3 выдаются на печать. Расчеты прекращаются.

Примечание. В табл. 1 и 2 закон распределения уловов закодирован цифрой 1 или 2, стоящей над столбцом 2 (1 — нормальный закон распределения, 2 — логарифмически нормальный закон распределения).

1 или 2

Таблица 1

Число уловов	Мера отклонения	Средний улов	Нижняя граница	Верхняя граница	Относительная погрешность
1.2	1.4 или III.4	1.2.6 или IV.2.а	II.2.а или IV.2.г	II.2.б или IV.2.д	II.1.а или IV.2.е

1 или 2

Таблица 2

Число уловов	Мера отклонения	Средний улов	Нижняя граница	Верхняя граница	Относительная погрешность	Средний запас	Нижняя граница запаса	Верхняя граница запаса
1.2.а	1.4 или 3.4	1.2.6 или 4.2.а	II.2. а или 4.2.г	II.2.6 или 4.2.д	II.1.а или 4.2.е	V.2.а	V.2.б	V.2.в

Таблица 3

Общее число уловов	Средний взвешенный улов	Нижняя граница	Верхняя граница	Относительная погрешность	Средний запас общий	Нижняя граница запаса	Верхняя граница запаса
VI.2.а	VI.1.6	VI.2.в	VI.2.г	VI.1.г	VI.3.а	VI.3.б	VI.3.в

По приведенному алгоритму на ЭВМ «Минск-22» была определена величина скопления рыб¹ по данным рис. 1 статьи «Количественная оценка скопления рыб методом изолиний». Машинная обработка про-

¹ Вычисления выполнены ст. инженером В. В. Толмачевой в Управлении по координации вычислительных работ, исследованию и руководству операциями при Министерстве рыбного хозяйства СССР.

водилась для уплотненной части скопления, которая характеризуется уловами более 100 кг.

Вычисления выполнены без учета зон. Их результаты приведены в табл. 4.

Таблица 4

Общее число улова	Мера отклонения	Средний улов, кг	Нижняя граница, кг	Верхняя граница, кг	Относительная погрешность	Средний запас, т	Нижняя граница запаса, т	Верхняя граница запаса, т
42	0,1321	1048,4	722,2	1374,6	0,18	491	338	643

В табл. 5 приводятся оценки величины скопления различными методами.

Таблица 5

Метод оценки	Величина оценки, т	90%-ные доверительные границы, т	
		нижняя	верхняя
Вероятностный метод	491	338	643
Метод изолиний	536	408	665
Метод среднего арифметического улова	603	208	992

Из табл. 5 следует, что вероятностный метод даже без учета зон дает близкие результаты с методом изолиний. Величина скопления по методу среднего арифметического улова в данном случае может содержать значительную случайную погрешность. Об этом свидетельствует величина доверительного интервала от 208 до 992 т, значительно бóльшая, чем в первых двух случаях. Кроме того, в табл. 4 над столбцом 2 стоит цифра 2 — код логнормального распределения, следовательно, гипотеза о нормальном распределении уловов оказалась несостоятельной и средний арифметический улов может содержать значительную случайную погрешность.

Разработанная программа дает возможность по данным контрольных обловов проанализировать с помощью ЭВМ закономерность распределения совокупности рыб и в зависимости от результатов анализа оценить ее величину, экстраполируя репрезентативную оценку среднего улова на проконтролированную площадь водоема.

Эффективность оценки величины скопления рыб зависит от метода оценки. Однако не менее важными факторами являются репрезентативность съемки и точность остальных параметров, входящих в расчеты: величин уловов x_h , площадей Q и q и коэффициента уловистости k .

Погрешности в первичных данных, большая протяженность съемки во времени или нарушение принципа рандомизации при проведении уловов внесут искажения в информацию о величине запаса рыб. Особенно бóльшую погрешность может содержать коэффициент уловистости орудия лова, который определяется весьма приближенно и к тому же не является величиной постоянной. Кроме того, следует отметить трудоемкость проведения контрольных уловов.

Из сказанного следует важность автоматических методов получения информации о численности рыб.

Возможно будущее принадлежит гидроакустическому методу.

Интересные работы в этой области ведутся К. И. Юдановым (1962), М. Д. Трускановым и М. Н. Щербино (1966).

По мнению названных авторов, с помощью эхолота можно довольно точно определить количество рыб в скоплениях балтийской салаки и других разреженных концентрациях, которые регистрируются на ленте эхолота в виде записей отдельных рыб.

В общем случае для получения информации о численности популяций рыб гидроакустическим методом нужно разработать методы количественной расшифровки показаний гидроакустических приборов. Точность количественного учета рыб и метода обработки статистических данных позволят успешно решить проблему оценки численности рыб.

ЛИТЕРАТУРА

- Аксютинна З. М. Элементы математической оценки результатов наблюдений в биологических и рыбохозяйственных исследованиях. Изд-во «Пищевая промышленность», 1968.
- Аксютинна З. М., Драпацкий Э. Я. Математическая модель распределения уловов рыбы. Сб. «Научно-техническая информация ВНИРО». Вып. 8, 1968.
- Трусканов М. Д., Щербино М. Н. Определение степени концентрации рыб гидроакустическим способом. «Рыбное хозяйство», 1966, № 8.
- Юданов К. И. Количественная оценка скоплений балтийской трески с помощью эхолота. «Рыбное хозяйство», 1962, № 1.