

1003

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ БССР

БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.И.ЛЕНИНА

На правах рукописи

УМНОВ АЛЬБЕРТ АЛЕКСАНДРОВИЧ

РОЛЬ ФИТОПЛАНКТОНА В ПРОЦЕССЕ САМООЧИЩЕНИЯ  
ЗАГРЯЗНЕННЫХ ВОД /МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ/  
(03.00.18 – гидробиология)

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата биологических наук

г.МИНСК  
1974 г.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ БССР

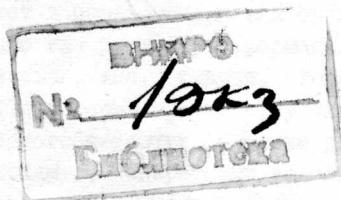
БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.И.ЛЕНИНА

На правах рукописи

УМНОВ АЛЬБЕРТ АЛЕКСАНДРОВИЧ

РОЛЬ ФИТОПЛАНКТОНА В ПРОЦЕССЕ САМООЧИЩЕНИЯ  
ЗАГРЯЗНЕННЫХ ВОД /МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ/  
(03.00.18 - гидробиология)

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата биологических наук



г.МИНСК  
1974 г.

Работа выполнена в группе математического моделирования биологических процессов Института эволюционной физиологии и биохимии им. И.М. Сеченова АН СССР и лаборатории экспериментальной биологии Белорусского Государственного университета им. В.И. Ленина.

Научный руководитель:  
доктор биологических наук Меншуткин В.В.

Официальные оппоненты:  
доктор биологических наук, член-кор. АН БССР Л.М. Сущеня,  
кандидат технических наук Д.М. Зазулевич.

Ведущее научно-исследовательское учреждение:  
Зоологический институт АН СССР.

Автореферат разослан "19" ... 1974 г.

Защита диссертации состоится "24" ... 1974 г.  
на заседании Совета по присуждению ученых степеней по биологическим и географическим наукам Белорусского Государственного Университета им. В.И. Ленина.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белгосуниверситета.

Ученый секретарь Совета  
проф. Ю.К. Фомичев



## ВВЕДЕНИЕ

Нарастающие темпы индустриализации, интенсификации сельского хозяйства, бурное увеличение численности населения сопровождаются быстрым ростом водопотребления. А это при сложности и высокой стоимости очистки воды приводит к увеличению сброса неочищенных сточных вод в природные водоемы. О серьезности сложившегося положения свидетельствует тот факт, что во всех густонаселенных промышленных районах, несмотря на принимаемые меры, загрязненность водоемов чрезвычайно велика (Н. Йохен, 1960; Форон, 1966; Овсянников, 1968; Алекин, 1970). Существующий способ эксплуатации природных водоемов и водотоков грозит уже в ближайшие годы подорвать имеющиеся запасы чистой воды.

Успешное решение так называемой проблемы "чистой воды" связано не только с ограничением промышленных и бытовых стоков, но и с изысканием эффективных методов их очистки и обезвреживания. При этом наряду с индустриальными методами очистки вод большое значение имеет использование природных процессов самоочищения.

Своеборазие природных процессов самоочищения заключается в том, что в них биохимическое окисление органических веществ загрязнения сопровождается синтезом органического вещества зелеными организмами, который интенсифицируется обилием биогенных элементов, выделяющихся при минерализации органического вещества. Присутствие фотосинтезирующих организмов приводит к тому, что, во-первых, появляется дополнительный источник обогащения воды кислородом (кроме атмосферы), а как известно, именно недостаток кислорода в воде часто лимитирует скорость самоочищения, во-вторых, в воде накапливается органическое вещество в виде биомассы водорослей, судьба которого может быть весьма различной: оно может использоваться как органическое сырье /непосредственно само или после трансформации через промежуточные трофические звенья/, или, отмирая, вторично загрязнить водоем. Направление, в котором протекает утилизация вновь синтезированного органического вещества, а также роль фотосинтетической аэрации, определяются конкретными условиями, сложившимися в водоеме. В настоящее время методы исследования этих вопросов не разработаны. Таким образом, хотя роль фотосинтезирующих организмов (в частности, фитопланктона) как агентов самоочищения общепризнана, тем не менее сложный механизм их

действия и условия, обеспечивающие наибольшую эффективность их участия в процессах самоочищения, еще не изучены.

В основе механизма самоочищения лежит биотический круговорот вещества и трансформация энергии, осуществляемые через трофические связи населения водоема (Г.Г. Винберг, 1964, 1966). Следовательно при изучении роли фотосинтезирующих организмов в процессе самоочищения и выяснении условий, при которых они наиболее эффективно способствуют протеканию этого процесса, необходимо знать соотношение процессов продукции /фотосинтеза/, деструкции и утилизации органического вещества, т.е. должны быть известны количественные показатели биотического баланса водоема в целом. Таким образом, правильную оценку роли фитопланктона в процессе самоочищения можно дать лишь на основании исследования экосистемы водоема.

Исследование экосистемы связано с целым рядом трудностей, вызванных спецификой рассматриваемого объекта. Основными из них являются:

а. Необычайная сложность природных экосистем. Разработанные методы исследования, основанные на различного рода физических, химических, биологических принципах и позволяющие осветить отдельные частные вопросы самоочищения, не дают, однако, достаточно полного представления о его механизме. Это объясняется тем, что для такого сложного и взаимосвязанного объекта, каким является водная экосистема, эти методы недостаточно информационны, особенно при исследовании вопросов взаимодействия между элементами экосистемы.

б. Уникальность объекта исследования. Проведение многих экспериментов на реальном водоеме не представляется возможным, так как результатом воздействия на экосистему могут быть нежелательные необратимые изменения в водоеме. Постановка же эксперимента в лабораторных условиях часто связана с непреодолимыми трудностями создания условий, близких к природным.

в. Продолжительность эксперимента. Особенностью водных экосистем как объекта исследования является взаимосвязь протекающих в них процессов с временем года. Поэтому для характеристики состояния экосистемы необходимы многолетние исследования.

Один из возможных путей преодоления этих трудностей связан с применением математических методов. Необходимость и целесообразность такого подхода к исследованию экосистемы в настоящее

время уже достаточно очевидна (Г.Г.Винберг, С.И.Анисимов 1969; В.В.Меншуткин 1971; Ф.В.Крогиус, Е.М.Крохин, В.В.Меншуткин 1969; К.Уатт 1971).

Корректная постановка и правильное проведение математических исследований позволяет решить следующие задачи:

1. Построив математическую модель и сравнив результаты теоретических расчетов с данными, полученными при экспериментах над реальной экосистемой, можно оценить полноту и приемлемость представлений, положенных в основу модели.

2. Удостоверившись в том, что математическая модель достаточно верно отражает основные свойства реальной экосистемы, можно исследовать её поведение при различных внешних воздействиях, а также оценить влияние различных факторов на характер протекающих процессов /что часто трудно или вовсе невозможно сделать в экспериментах на реальном водоеме.

3. При построении математической модели необходимо четкое определение структурно-функциональной организации экосистемы.

Обнаруженные при этом проблемы в знаниях указывают направление дальнейших исследований.

На основании вышеизложенного можно заключить, что применение математических методов исследования водных экосистем должно способствовать дальнейшему более детальному и глубокому изучению этих необычайно сложных природных объектов и созданию теоретических предпосылок для разработки новых эффективных методов рационального использования природных ресурсов водоемов.

Однако отсутствие достаточного опыта в проведении подобных исследований не дает возможности ответить на вопрос о том, какие средства и методы моделирования наиболее приемлемы для исследования процесса самоочищения. До сих пор остаются нерешенными вопросы непротиворечивости имеющихся сведений о водоеме и достаточности их для построения математической модели.

Все сказанное приводит к заключению о целесообразности применения математических методов при исследовании процесса самоочищения водоемов. Настоящая работа посвящена рассмотрению возможностей применения математических методов при оценке роли фитопланктона в процессе самоочищения.

#### Метод исследования

При исследовании роли фитоплантона в процессе самоочищения загрязненных вод был применен метод математического моделирования. Обращение к новому для биологии методу исследования вызвано теми обстоятельствами, что хотя по отдельным частным вопросам самоочищения накоплен значительный экспериментальный материал, он очень разрознен, несистематизирован и недостаточен не только для осуществления рациональной эксплуатации водоема, но и для прогнозирования последствий того или иного воздействия на экосистему водоема. Сейчас становится все более очевидно, что сложившиеся в гидробиологии методы исследования, принесшие столь очевидные плоды в прошлом, необходимо дополнять и сочетать с математическими методами исследования. Потребность в широком применении математических методов становится особенно настоятельной при изучении методов рационального использования ресурсов водоемов, так как при этом вопросы жизнедеятельности больших биологических систем (популяций, сообществ, биоценозов) оказываются взаимосвязанными с целым рядом вопросов, не являющихся предметом изучения гидробиологии (например, с биохимией, гидрологией, термикой водоемов, гидродинамикой и т.д.). Для того, чтобы адекватно отобразить реальную структуру явлений, происходящих в водоеме, словесного описания становится уже недостаточно, необходим математический язык. К настоящему времени появилось уже значительное количество работ отечественных и зарубежных авторов, в которых математические методы применяются для анализа продукционного процесса фитоплантона, кислородного режима водоемов, прогнозирования динамики численности популяций. Значительно меньше количества работ посвящено математическому моделированию экосистем и биотического круговорота. Имеющиеся работы сильно различаются как по сложности применяемого математического аппарата, по широте и универсальности построенных моделей, так и по принципам, положенным в их основу. Анализ существующих математических моделей показывает, что к настоящему времени не сформировалось четкого направления, а идет усиленный поиск путей и методов моделирования. При построении моделей приходится прибегать к целому ряду недостаточно обоснованных предложений и упрощений. Это вызвано тем, что количественная теория биотического круговорота в настоящее время находится в начале своего развития и еще нет

достаточного опыта для создания совершенных моделей рассматриваемых процессов.

Один из наиболее важных выводов, который следует сделать из анализа существующих моделей, заключается в том, что математические методы являются мощным средством анализа всех сторон биотического круговорота. Однако разработка их требует совместных усилий целого ряда специалистов различного профиля.

Для описания процесса самоочищения водоемов и водотоков удобно использовать аппарат дифференциальных уравнений. Однако ввиду сложности моделируемых процессов, а также колоссального объема алгебраических вычислений, связанных с использованием большого числа переменных и различных итерационных методов, применение этого аппарата сопряжено с рядом вычислительных трудностей, преодоление которых возможно лишь при использовании современной вычислительной техники.

Все модели, приведенные в рассматриваемой работе были реализованы на ЭВМ в виде программ, записанных на языке АЛГОЛ-60. Составлением системы уравнений, описывающей процессы, протекающие в водоеме, и написанием программы для ЭВМ заканчивается лишь первый этап математического моделирования. Необходимо подчеркнуть, что данные, полученные с помощью математической модели, не могут заменить экспериментальных данных, собранных на естественном водоеме. Наоборот, математические методы исследования требуют проведения более четкой, широкой и целенаправленной программы экспериментальных работ в лабораторных и природных условиях. Сопоставление результатов моделирования с данными эксперимента на реальном объекте служит основой для корректировки, а возможно, и для коренного видоизменения модели. Таким образом, экспериментирование на реальном объекте и на его математической модели должно рассматриваться и осуществляться как две дополняющие друг друга части единой программы изучения водоемов.

При построении рассматриваемых в работе моделей, формировании их входов и получении контрольных экспериментальных данных использовались литературные сведения и данные, полученные сотрудниками лаборатории экспериментальной биологии Белгосуниверситета.

Математическая модель биотического  
круговорота

Как уже отмечалось выше, роль фитопланктона в самоочищении может быть правильно оценена лишь при целостном изучении всего комплекса процессов, протекающих в водоеме. В основу такого системного подхода может быть положено исследование круговорота веществ, осуществляющегося за счет потока энергии, протекающего через экосистему. Поэтому для проведения научно обоснованной оценки роли фитопланктона в процессе самоочищения крайне необходимо исследование закономерностей биотического круговорота.

Принимая во внимание сложность рассматриваемых процессов, ясно, что создание достаточно полной математической модели экосистемы должно вестись путем последовательного усложнения и объединения моделей её отдельных частей. Создание такой глобальной модели целесообразно начать с построения модели, отражающей лишь наиболее общую схему структурно-функциональной организации экосистем. Такая модель поможет систематизировать имеющуюся информацию, выяснить непротиворечивость и достаточность экспериментального материала, а также понять взаимосвязь основных процессов, происходящих в изучаемой экосистеме. В дальнейшем после соответствующих дополнений, конкретизаций и уточнений эта модель послужит основой для более совершенных моделей.

В построенной модели состояние экосистемы в каждый момент времени определяется набором из десяти величин: биомассы фитопланктона  $/B_f/$ , зоопланктона  $/B_z/$ , концентрации растворенного в воде кислорода  $/q_r/$ , исходного мертвого органического вещества  $/Li/$ , стойкой фракции этого вещества  $/Ls/$ , биогенов в минеральной форме, растворенных в воде  $/g/$ , содержащихся в фитопланктоне  $/gf/$ , зоопланктоне  $/gz/$ , исходном органическом веществе  $/qi/$  и в стойкой фракции мертвого органического вещества  $/qs/$ . В модели бактериопланктон не выделен в самостоятельное звено, а рассматривался совместно с мертвым органическим веществом. Деятельность бактерий учитывалась через характер разложения мертвого органического вещества.

В качестве внешних воздействий, определяющих процессы в экосистеме, рассматривались сезонные изменения температуры воды и интенсивности солнечной радиации, условий, определяющих газообмен водной толщи с атмосферой, и дном, и приток биогенных элементов в экосистему.

Согласно существующим представлениям, энергия солнечной радиации /  $J$  / в процессе фотосинтеза преобразуется фитопланктоном в химическую энергию синтезированного органического вещества. При этом потребляются растворенные в воде минеральные элементы и выделяется кислород. Интенсивность фотосинтеза, рассчитанная на единицу биомассы фитопланктона, определяется температурой воды /  $\theta$  /, концентрацией биогенов в воде и интенсивностью солнечной радиации. Продукция фитопланктона идет на прирост его биомассы, потребляется фильтраторами и покрывает потери от смертности. Наряду с процессами синтеза органического вещества в клетках фитопланктона происходит всевозможные процессы обмена, необходимые для поддержания их жизнедеятельности. При этом расходуется энергия, запасенная в биомассе фитопланктона, происходит распад органического вещества (траты на обмен) и потребляется кислород. Потребление фитопланктона фильтраторами зависит от их пищевых потребностей и напряженности пищевых отношений. При моделировании было принято, что рацион зоопланктона распределяется между фитопланкtonом и мертвым органическим веществом совместно с потребляющим его бактериопланкtonом в соответствии с их концентрацией. Реальный рацион зоопланктона обычно составляет лишь часть так называемого максимального рациона, т.е. пищевых потребностей. Некоторая часть реального рациона не усваивается и выделяется в виде фекалий, пополняя тем самым запасы мертвого органического вещества, находящегося на начальной стадии разложения. Усвоенная часть пищи используется на рост, расходуется на обмен, покрывает потери от смертности. Если концентрация кислорода, растворенного в воде, окажется меньше, чем это необходимо для нормального дыхания животных, то смертность из-за неблагоприятных условий существования увеличивается. Потребление бактериопланкtonом мертвого органического ве-

щества предполагалось пропорциональным его количеству, а это при постоянстве коэффициентов усвоения пищи и использования ее на рост влечет за собой пропорциональность этому количеству мертвого органического вещества трат на обмен бактериопланктона и, следовательно, количества минерализованного органического вещества и необходимого для его окисления количества кислорода. Концентрация исходного мертвого органического вещества в воде увеличивается за счет отмирания гидробионтов и неусвоенной части рациона зоопланктона, а уменьшается за счет оседания на дно, потребления бактериями и зоопланктоном. Увеличение концентрации стойкой фракции мертвого органического вещества происходит за счет выделения его при разложении исходного органического вещества, а уменьшение – за счет оседания на дно и разложения бактериями. Прирост биомассы бактериопланктона также рассматривался как один из факторов увеличения количества соответствующего органического вещества. Баланс биогенов складывается из потребления их фитопланктоном и выделения при минерализации органического вещества гидробионтами. При этом изменяется не только содержание биогенных элементов, растворенных в воде, но и содержание их в органическом веществе тел гидробионтов и мертвом органическом веществе. Изменение концентрации растворенного в воде кислорода определяется поступлением его при фотосинтезе, потреблением гидробионтами, поглощением дном и газообменом с атмосферой. Все перечисленные и включенные в модель функциональные связи могут быть формализованы и представлены в виде системы дифференциальных уравнений:

1.  $\frac{d(B_f)}{dt} = f_1(c_p, t_f, c_f, \gamma_{zf});$
2.  $\frac{d(q_f)}{dt} = f_2(sq_f, ag_f, t_f, c_f, \gamma_{zf});$
3.  $\frac{d(B_z)}{dt} = f_3(u, \gamma_z, t_z, c_z);$
4.  $\frac{d(q_z)}{dt} = f_4(u, ag_f, \gamma_{zf}, ag_i, \gamma_{zi}, ag_z, t_z, c_z);$
5.  $\frac{d(L_i)}{dt} = f_5(c_f, c_z, u, \gamma_z, \gamma_{zi}, \gamma_{bi}, pbi, soli);$

$$6. \frac{d(q_i)}{dt} = f_6(a_{qf}, c_f, a_{qz}, c_z, u, \gamma_{zf}, a_{qi}, \gamma_{zi}, \gamma_{bi}, pbi, sol_i);$$

$$7. \frac{d(Ls)}{dt} = f_7(ds, \gamma_{bi}, tbs, sols);$$

$$8. \frac{d(qs)}{dt} = f_8(a_{qi}, ds, \gamma_{bi}, a_{qs}, tbs, sols);$$

$$9. \frac{d(q)}{dt} = f_9(a_{qf}, t_f, a_{qz}, t_z, a_{qi}, t_{bi}, a_{qs}, tbs, sqf, spq);$$

$$10. \frac{d(q)}{dt} = f_{10}(cp, \gamma, q^*(\theta), q, t_f, t_z, t_{bi}, tbs, h, \theta);$$

где  $q_f$  – интенсивность фотосинтеза под единицей поверхности,  $t_f$  – траты на обмен фитопланктона,  $c_f$  – скорость отмирания фитопланктона,  $\gamma_{zf}$  – скорость выедания фитопланктона,  $sqf$  – скорость потребления биогенов фитопланкtonом,  $a_{qf}$  – концентрация биогенов в органическом веществе фитопланктона,  $u$  – усвояемость пищи зоопланктоном,  $\gamma_z$  – рацион зоопланктона,  $t_z$  – траты на обмен зоопланктона,  $c_z$  – смертность зоопланктона,  $a_{qi}$  – концентрация биогенов в исходном мертвом органическом веществе,  $\gamma_{zi}$  – скорость выедания исходного мертвого органического вещества,  $a_{qz}$  – концентрация биогенов в биомассе зоопланктона,  $\gamma_{bi}$  – рацион бактерий, потребляющих исходное мертвое органическое вещество,  $pbi$  – продукция бактерий, потребляющих исходное мертвое органическое вещество,  $sol_i$  – скорость убыли исходного мертвого органического вещества в результате оседания,  $ds$  – доля стойкой фракции в исходной мертвом органическом веществе,  $tbs$  – траты на обмен бактерий, разлагающих стойкую фракцию мертвого органического вещества,  $sols$  – скорость убыли стойкой фракции мертвого органического вещества в результате оседания,  $a_{qs}$  – концентрация биогенов в стойкой фракции мертвого органического вещества,  $t_{bi}$  – траты на обмен бактерий, разлагающих исходное мертвое органическое вещество,  $spq$  – скорость поступления биогенов со стоком,  $\gamma$  – коэффициент

атмосферной аэрации,  $\Theta$  – температура воды,  $q^*(\theta)$  – равновесная концентрация растворенного в воде кислорода,  $h$  – максимальная скорость потребления кислорода дном, определяемая мощностью донных отложений и скоростью диффузии кислорода в них.

Соответствие модели реальному объекту проверялось по со-  
поставлению результатов моделирования с экспериментальными  
данными, полученными на реальном водоеме (озеро Мицтре, Бе-  
лоруссия). Полученные результаты показывают достаточно хоро-  
шее соответствие модели реальному объекту.

С помощью модели проводилось изучение последствий загряз-  
нения озера стоками, обогащенными биогенами; помимо этого мо-  
дель использовалась для оценки влияния точности измерений не-  
которых параметров (в частности, доли легкоокисляемой фрак-  
ции в исходном мертвом органическом веществе и доли валового  
фотосинтеза фитопланктона, идущей на покрытие потерь его жиз-  
недеятельности) на точность прогноза состояния водоема. В ре-  
зультате моделирования было показано, что обогащение водоема  
биогенами затрагивает весь комплекс протекающих в нем процес-  
сов, установлена количественная взаимосвязь между величиной  
поступающих загрязнений и эвтрофикацией водоема, уменьшением  
его продуктивности и стабильности протекающих в нем процессов.

#### Моделирование кислородного режима

Известно, что среди условий, определяющих процесс самоочи-  
щения и самоочистительную способность водоемов, важную роль  
играет складывающийся в них кислородный режим. Динамика кон-  
центрации растворенного в воде кислорода обусловлена процес-  
сами газообмена с атмосферой, выделением его при фотосинтезе  
и поглощением его гидробионтами. Проведенное исследование мо-  
дели биотического круговорота подтвердило правильность основ-  
ных представлений о факторах, определяющих эти процессы, и по-  
зволило установить количественную взаимосвязь кислородного ре-  
жима с комплексом процессов, определяющих биотический кругово-  
рот.

Рассмотренная выше модель построена на основе среднесуточных и усредненных по столбу воды данных. Этого оказалось вполне достаточно для исследования наиболее общих закономерностей биотического круговорота. Однако для анализа особенностей, вносимых фитопланктоном в динамику растворенного в воде кислорода, требуется более детальное рассмотрение всех протекающих в водоеме процессов как во времени, так и в пространстве. Поэтому следующим шагом в исследовании роли фитопланктона в процессе самоочищения должно быть построение модели, детально учитывающей пространственно-временную структуру протекающих в водоеме процессов.

Существенным препятствием к построению такой модели является ее сложность и огромный объем вычислений, представляющий трудность даже для современных вычислительных машин. Все это заставляет при построении модели прибегнуть к целому ряду упрощений:

1. Процессы рассматривались на относительно небольшом промежутке времени (в течение нескольких суток),
2. Концентрация биогенов и биомасса фитофагов в рассматривае-мый промежуток времени сохранялись неизменными.
3. Детрит, фито- и зоопланктон не переносятся турбулентной диф-фузией.
4. Осевший на дно детрит не поднимается с него токами воды, а растворенное органическое вещество не проникает в дно.

В рассматриваемой модели состояние экосистемы в каждый момент времени определяется набором шести функций: биомассами фито- и зоопланктона  $B_f(x, t)$ ,  $B_z(x)$ ; концентрациями растворенных в воде кислорода  $q(x, t)$ , биогенов  $g(x)$  и мертвого органического вещества  $L(x, t)$ , а также интенсивностью солнечной радиации  $I(x, t)$ , где  $x$  - глубина,  $t$  - время. Деятельность бактериопланктона учитывалась через характер разложения мертвого органического вещества, которое предполагалось состоящим из двух фракций: а. детрита и б. растворенного в воде органического вещества.

В качестве внешних воздействий на экосистему рассматривались: температурный режим водоема  $\theta(x, t)$ , интенсивность солнечной

нечной радиации на поверхности  $\mathcal{I}(0,t)$ , газообмен кислородом с атмосферой  $B_f$  и дном  $B_z$ .

Все функциональные связи между элементами экосистемы определяет следующая система дифференциальных уравнений:

$$1. \frac{\partial \mathcal{I}(x,t)}{\partial t} = -\kappa (B_f(x,t), B_z(x), L(x,t)) \cdot \mathcal{I}(x,t);$$

$$\text{при } \mathcal{I}(0,t) = \varphi_1(t);$$

$$2. \frac{\partial B_f(x,t)}{\partial t} = F_1(B_f(x,t), \mathcal{I}(x,t), \theta(x,t), q(x), B_z(x));$$

$$\text{при } B_f(x,0) = \varphi_2(x);$$

$$3. \frac{\partial L(x,t)}{\partial t} = (1-d) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial (A \cdot L(x,t))}{\partial x} - v \cdot \frac{\partial L(x,t)}{\partial x} +$$

$$+ F_2(B_f(x,t), B_z(x), \theta(x,t), L(x,t), q(x), q(x,t));$$

$$\text{при } L(x,0) = \varphi_3(x);$$

$$(1-d) \cdot \frac{\partial L(x_{max},t)}{\partial x} = d \cdot L(x,t); \quad \frac{\partial L(0,t)}{\partial x} = 0;$$

$$4. \frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \cdot \frac{\partial (A \cdot q(x,t))}{\partial x} +$$

$$+ F_3(B_f(x,t), B_z(x), \theta(x,t), L(x,t), q(x,t));$$

$$\text{при } q(x,0) = \varphi_4(x);$$

$$\frac{A \cdot \partial q(x_{max},t)}{\partial x} = \frac{q(x_{max},t)}{h}; \quad \frac{\partial q(0,t)}{\partial x} = \omega(q^*(\theta) - q(0,t));$$

$$5. B_z(x) = \varphi_5(x);$$

$$6. q(x) = \varphi_6(x);$$

где  $\lambda$  - коэффициент турбулентной диффузии,  $v$  - скорость оседания дегтириата,  $h$  - наибольшая глубина донных отложений, на которой обнаруживается кислород,  $\alpha$  - константа газообмена,  $X_{max}$  - глубина водоема,  $d$  - доля дегтириата в мертвом органическом веществе.

Построенная модель использовалась для расчета кислородного режима водоема в двух совершенно различных условиях: а) при отсутствии стратификации, что соответствует ветреной погоде, интенсивному перемешиванию водной массы, равномерному прогреву воды; б) при установлении стратификации днем и нарушении ее ночью, что соответствует жаркой штилевой погоде, интенсивному прогреву поверхностных слоев воды днем, расслоению водной массы, ночному охлаждению поверхностных слоев и возникновению термической циркуляции. Необходимая для построения модели информация черпалась из литературных источников и экспериментальных материалов, представленных сотрудниками лаборатории экспериментальной биологии Белорусского университета. Наиболее трудности возникли при определении коэффициента турбулентной диффузии и скорости оседания дегтириата. Несмотря на усилия многих исследователей (Д.Хатчинсон 1969, Mc Ewen, 1929, W. Schmidt, 1925, C. Mortimer, 1941), удовлетворительная теория динамики водных масс водоемов и связанная с ней теория турбулентного переноса веществ, растворенных в воде до сих пор не разработана. Однако значительный экспериментальный материал, накопленный в этой области, позволяет составить качественное представление о характере изменений коэффициента турбулентной диффузии и скорости оседания взвеси. Эти представления и использовались при построении модели. Составление результатов моделирования с экспериментальными данными показало правомерность положенных в основу модели предположений. С помощью модели проводилось исследование распределения по глубине биомассы фитопланктона, интенсивности фотосинтеза и концентрации кислорода, а также исследование газообмена кислородом с атмосферой и дном. Кроме того, в зависимости от характера перемешивания водной толщи проводилась оценка роли атмосферной и фотосинтетической аэраций в создании кислородного режима водоема.

Результаты моделирования показывают, что для каждого конкретного водоема может быть построена математическая модель, которая несмотря на неизбежные упрощения, верно отражает основные закономерности протекающих в водоеме процессов и может служить средством анализа роли различных факторов в процессе самоочищения. Использование математических моделей позволяет делать детальный расчет динамики кислорода как во времени, так и в пространстве. Однако для успешного проведения подобных расчетов необходимо накопление экспериментального материала о характере перемешивания водной толщи, в частности, данных, характеризующих изменение коэффициента турбулентной диффузии.

Исследование модели показало, что колебания суточного хода концентрации растворенного в воде кислорода зависит не только от фотосинтетической аэрации, но и в значительной мере от характера циркуляции водной массы в течение суток. Изменение условий газообмена внутри водной массы в течение суток приводит к суточным колебаниям инвазии кислорода в дно. Значение двух различных видов аэрации (атмосферной и фотосинтетической) в создании газового режима водоема определяется не только их абсолютными величинами, но и в значительной мере условиями перемешивания водной массы.

Математическая модель процесса самоочищения  
участка загрязненной реки

Проведенное исследование влияния фитопланктона на характер биотического круговорота и кислородный режим водоема показывают, что прогноз хода самоочищения может быть верно осуществлен лишь в том случае, если при этом будет учтен вклад жизнедеятельности фитопланктона в газовый режим водоема и динамику органического вещества в нем. Поэтому естественно было сопоставить прогноз хода самоочищения, сделанный на основании математической модели экосистемы участка загрязненной реки, с прогнозом, осуществляемым по принятой в санитарной гидробиологии схеме (Г.Л.Зак 1960, С.А.Несмеянов 1950). Необходимые для построения модели экспериментальные данные заимствованы из материалов многолетних исследований реки Днепр, проводимых сотрудниками Лаборатории экспериментальной биологии Белорусского университета

и Белорусского научно-исследовательского санитарно-гигиенического института.

При построении модели были сделаны следующие допущения:  
а). Река загрязняется аллохтонным органическим веществом, близким по составу автохтонному. б). В связи с тем, что на исследуемом участке реки развитие зоопланктона было незначительным, влияние его на трансформацию вещества и энергии в модели не учитывалось. в). Дно рассматривалось как самостоятельный элемент и представляло собой совокупность живых организмов обитателей дна, из которых выделены в отдельное самостоятельное звено моллюски-фильтраторы. г). Так как на исследуемом участке реки не отмечено расслоения воды ни по температуре, ни по концентрации кислорода как по ширине реки, так и по глубине, то предполагалось полная однородность потока по этим направлениям. д). Предполагалось, что перемешивания потока по направлению течения реки не происходит. е). Бактериопланктон не выделялся в самостоятельное звено, а его деятельность учитывалась через характер разложения мертвого органического вещества.

Состояние экосистемы в каждый момент времени характеризовалось набором шести величин: биомассами фитопланктона  $B_f$  и моллюсков  $B_m$ , суммарной биомассой живых организмов дна /исключая моллюсков/  $B_d$ , концентрациями мертвого органического вещества  $L$ , биогенов  $q$ , кислорода  $q$  в воде.

Внешними воздействиями на экосистему являются; температура воды  $\theta$ , интенсивность солнечной радиации  $J$ , приток аллохтонного органического вещества  $A$  и биогенов  $Sq$ .

Рассматриваемая модель определялась следующей системой дифференциальных уравнений:

$$1. \frac{dL}{dt} = f_1(L, q, B_f, B_m, \theta, A, Sq);$$

$$2. \frac{dq}{dt} = f_2(L, q, B_f, B_m, B_d, \theta, Sq);$$

$$3. \frac{dB_f}{dt} = f_3(B_f, J, q, \theta, B_m, Sq, L);$$

$$4. \frac{d\beta_m}{dt} = f_4(\beta_m, \beta_s, L, \theta, q, t);$$

$$5. \frac{dq}{dt} = f_5(s_q, L, q, \beta_s, \theta, q);$$

$$6. \beta_l = f_6(t);$$

Построенная модель использовалась для анализа протекания самоочищения при различных уровнях загрязнения. Качественное сопоставление модели и реального объекта показало, что они ведут себя сходным образом.

Исследование математической модели экосистемы загрязненного участка реки, в которой отражено участие фитопланктона в процессе самоочищения, показало, что динамика концентраций кислорода и мертвого органического вещества в воде значительно отличается от той, которая получается при ее расчете по принятой и рекомендованной в руководствах схеме, не учитывающей влияние фотосинтеза. Построенная модель более полно и правильно отражает процессы, протекающие в загрязненной реке, и позволяет делать более точные количественные прогнозы хода самоочищения и самоочистительной способности реки.

#### Выводы:

Использование математических методов при исследовании природных процессов самоочищения дает возможность объединить и систематизировать громадный экспериментальный материал в виде непротиворечивой функциональной схемы, формализация которой позволяет построить математические модели исследуемых процессов.

Использование математического языка дает возможность достаточно полно описания и исследования всех аспектов процесса самоочищения.

Результаты исследования математических моделей достаточно хорошо соответствуют результатам натурных экспериментов.

На основании этого можно заключить, что количественное описание структурно-функциональной организации водных экосистем, на основании которого были построены рассмотренные модели, в основном правильно отражает закономерности протекающих в них процессов.

Построенная система дифференциальных уравнений, описывающая биотический круговорот в озерной экосистеме, позволяет производить расчет: а. сезонной динамики биомассы фитопланктона, б. зоопланктона, в. концентрации органического вещества в воде, концентрации биогенов, г. также кислородного режима водоема. На основании этой модели удалось провести исследование влияния загрязнений на состояние озера. При этом установлена количественная взаимосвязь между уровнем загрязнения и динамикой основных параметров, определяющих состояние водоема. Построенная модель позволяет проводить исследование влияния отклонений параметров, определяющих протекание процессов в экосистеме, на состояние водоема. Это дает возможность проводить ориентировочную оценку параметров, определение которых в экспериментальных условиях затруднительно.

Построена система дифференциальных уравнений, описывающая кислородный режим водоема, позволяющая производить расчет суточной динамики концентрации растворенного в воде кислорода на различных глубинах. В результате исследования этой модели получены ответы на некоторые вопросы о факторах, определяющих кислородный режим водоема, в частности: а) установлена количественная взаимосвязь между развитием фитопланктона и его влиянием на кислородный режим водоема; б) в зависимости от характера перемешивания водной массы проведена количественная оценка роли атмосферной аэрации в озере, в) проведено сопоставление роли атмосферной и фотосинтетической аэрации в создании кислородного режима водоема, г) количественно оценено влияние потребления кислорода дном на кислородный режим водоема при различных условиях перемешивания водной массы. Построена система дифференциальных уравнений, описывающая процесс самоочищения на загрязненном участке реки, на основании которой проведена оценка роли фитопланктона в процессе самоочищения.

Указаны условия, при которых принятая схема расчета самоочистительной способности реки, основанная на представлении, что процесс самоочищения протекает как простая мономолекулярная реакция, недостаточно верно отражает происходящие в реке процессы. Предложенная схема расчета, учитывающая наличие фитопланктона, позволяет точнее прогнозировать кислородный режим реки и ее самоочистительные возможности.

В процессе построения математических моделей были выявлены проблемы в знаниях об отдельных элементах водных экосистем. Так, отсутствуют данные о скоростях потребления биогенов фито-, бактериопланктоном, дном и другими компонентами экосистемы. Мало известно о характере перемешивания водной массы. Не известны условия, определяющие процессы утилизации синтезируемого фитопланкtonом органического вещества. На исследование всех этих вопросов и должно быть направлено внимание исследователей.

Дальнейшее усовершенствование имеющихся математических моделей за счет включения в них новых экспериментальных данных даст возможность еще больше приблизить модель к реальному объекту и подойти к изучению методов оптимального управления природными ресурсами водоемов. В заключение необходимо подчеркнуть, что успех в этом направлении возможен лишь при совместном проведении как теоретических, так и экспериментальных исследований водных экосистем.

Список работ, опубликованных по материалам диссертации

1. Два возможных алгоритма поведения систем автоматов в  
стационарных средах. Статья в сборнике "Бионика и биокибернетика"  
Рига, 1969, 219-224, (соавтор: Кисляков Ю.Я.)

2. Математические аспекты адаптивного регулирования биологи-  
ческих процессов. Тезисы доклада в сборнике "Материалы комсомоль-  
ско-молодежной научной конференции ИЗИБ им. И.М. Сеченова" Ленинград  
1968, 17-19.

3. Оценка спроса, обеспечивающая минимум ожидаемого риска.  
Статья в сборнике "Труды объединения "Ленэлектронмаш"" Ленинград,  
1968, 35-39. (соавтор: Дартау В.А.)

4. Асимптотически оптимальное приближение в задачах принятия  
решений. Статья в сборнике "Труды объединения "Ленэлектронмаш"".  
Ленинград, 1968, 22-25, (соавтор: Дартау В.А.)

5. Исследование причин смертности молоди окуня методом моде-  
лирования. Статья в журнале "Вопросы ихтиологии", т. 8, № 5 (52).  
Москва, 1970, 3-10, (соавторы: Меншуткин В.В., Жаков Л.А.).

6. Математическая модель экологической системы озера Дривяты.  
Статья в журнале "Экология", № 4, Свердловск, 1970, 3-10, (соавтор:  
Меншуткин В.В.).

7. Математическая модель простейшей водной экологической  
системы. Статья в журнале "Гидробиологический журнал", т. 6, № 2,  
Киев, 1971, 28-35, (соавтор: Меншуткин В.В.).

8. Применение метода математического моделирования при  
исследовании роли фотосинтетической аэрации в озере. Статья в  
журнале "Экология", № 6, Свердловск, 1971, 5-12.

9. Энергетическая модель экосистемы пелагиали озера Даль-  
него. Статья в журнале "Гидробиологический журнал", т. 7, № 4,  
Киев, 1971, 11-17. (соавтор: Меншуткин В.В.)

10. Математическая модель биотического круговорота в озерной экосистеме. Статья в журнале "Гидробиологический журнал", т.8, № 5. Киев, 1972, 5-13.

II. Математическая модель биотического круговорота вещества и энергии, происходящего в загрязненной реке. Глава в коллективной монографии "Биологические процессы и самоочищение на загрязненном участке реки", изд. БГУ. Минск, 1973, 157-182.

12. Математическая модель озера Мястро. Статья в сборнике "Продукционно-биологические исследования экосистем пресных вод", изд. БГУ. Минск, 1973, 95-109.

Бесплатно

Рот. ЛГИК. Зак. 163. Тир. 200. 1.04.74.