Основные этапы построения математических моделей регулирования рыболовства

Д-р техн. наук, проф. В.Н. Мельников, А.В. Мельников, Г.А. Судаков – Астраханский государственный технический университет

Управление рыболовством тесно связано с изучением закономерностей динамики численности и, следовательно, пополнения, роста, естественной и промысловой смертности рыб, т.е. основных **«элементарных» процессов** в рассматриваемой системе управления. Такой анализ выполняют на основе обобщения известных данных об этих процессах или специально поставленных экспериментов. Особое внимание обращают на «элементарные» процессы, которые используют для разработки полной модели процесса и его оптимизации. Перечисленные «элементарные» процессы при необходимости разбивают на еще более мелкие «элементарные» процессы. Этап заканчивается разработкой математического описания «элементарных» процессов (блоков), которые затем объединяют в единую систему уравнений математического описания объекта моделирования.

К математическим моделям «элементарных» процессов относятся, например, зависимости коэффициента естественной смертности от возраста; выражения для кривых пополнения в зависимости от величины пополнения нерестового стада; функции плотности распределения пополнения в зависимости от возраста рыбы; уравнения «масса – возраст» и «масса – длина»; функции кривой селективности для определенного размера ячеи; основные уравнения селективности орудия лова; зависимости между интенсивностью и селективностью рыболовства, между коэффициентом промысловой смертности и промысловым усилием, между уловом на усилие и величиной усилия; выражения для определения промысловой мощности и промыслового усилия; математические модели для определения коэффициентов уловистости орудия лова; статистические модели поведения объекта лова для отдельных этапов лова и процесса лова в целом; математические модели производительности лова и т.д.

Одним из этапов построения полной математической модели регулирования рыболовства является установление основных показателей процесса. К ним относятся управляемые переменные, управляющие воздействия и возмущающие воздействия.

Управляемыми переменными при решении общей задачи являются величина и состав запаса и улова.

К **управляющим воздействиям** относятся интенсивность и селективность рыболовства. Каждое из этих воздействий можно оценить рядом показателей. Например, интенсивность лова оценивают промысловым усилием, интенсивностью вылова и т.д. Селективность рыболовства характеризуют показателями селективности орудия лова и промысла.

К **возмущающим воздействиям** относят многочисленные воздействия на популяцию промысловых рыб (абиотические факторы, кормовая база, хищники, болезни) и воздействия на промысел (ветры, волнение, течения, отказы и неисправности технических средств добычи и т.д.). Так как в системе наблюдается обычно несколько управляемых переменных, управляющих и возмущающих воздействий, то рассматриваемый процесс относится к многомерным.

Вид математической модели регулирования рыболовства и способ ее разработки выбирают с учетом характера процесса. Модели получают на основе теоретического или формального подхода (метод идентификации). **Математические модели на основе теоретического подхода** являются детерминированными (жесткими), которые строят по данным о внутренней структуре управляемого процесса. **Модели с применением формального подхода** по данным активных и пассивных экспериментов строят на основе принципов «черного ящика», когда неизвестны или недостаточно известны законы, которым подчиняются процессы, происходящие в объекте моделирования, например, в популяции рыб.

Хотя активные эксперименты требуют меньше времени на проведение и обработку результатов, в нашем случае их применение ограничено по ряду причин:

целенаправленное изменение регулирующих входных воздействий (интенсивность и селективность лова) на эксплуатируемые популяции недопустимо или допустимо в ограниченных пределах;

обычно невозможно стабилизировать многочисленные внешние возмущающие воздействия на популяцию рыб;

влияние регулирующих воздействий на популяцию иногда сравнимо или даже меньше возмущающих воздействий, и влияние первых не всегда можно выделить;

входные показатели так же, как и выходные переменные, могут быть коррелированы между собой.

С другой стороны, использование данных пассивного эксперимента часто ограничено из-за сравнительно стабильного режима лова, при котором колебания входных переменных сводят к минимуму. Поэтому изменения выходов (например, результата лова) могут быть во многом обусловлены влиянием неуправляемых, а иногда и неконтролируемых воздействий. Полученную по таким данным модель сложно использовать для регулирования рыболовства. Корреляция между входными переменными приводит к корреляции между коэффициентами уравнения регрессии, и ошибка в оценке одного фактора приводит к ошибочной оценке связанных с ним других факторов.

В частном случае при использовании формального подхода (идентификации) определяют коэффициенты известных уравнений и анализируют характеристики процесса по данным экспериментов. В общем случае при таком методе построения математических моделей управления рыболовством оценивают степень и форму связи между входными и выходными переменными; стационарность и эргодичность исследуемых выходных переменных и внешних воздействий; идентичность модели процесса реальному процессу; степень нелинейности модели, возможность и целесообразность линеаризации модели и т.д.

При обработке экспериментальных данных используют аппарат математической статистики (регрессионный, корреляционный и дисперсионный анализ), который позволяет получать математические описания простого вида.

В отличие от моделей на основе теоретического подхода, **модели, построенные методом идентификации**, имеют узкую область применения, расширение которой связано с существенным усложнением зависимостей. Кроме того, чтобы использовать метод идентификации, необходим действующий процесс регулирования рыболовства.

Для построения теоретических моделей регулирования рыболовства можно применять алгебраические и трансцендентные уравнения, обыкновенные дифференциальные уравнения в частных производных, конечно-разностные уравнения.

Алгебраические, трансцендентные и интегральные уравнения пригодны для разработки **статических моделей**. Обыкновенные дифференциальные уравнения служат для построения **динамических моделей** процессов регулирования.

Исследование процессов регулирования рыболовства, описываемых дифференциальными уравнениями, связано с существенными математическими трудностями. Поэтому в ряде случаев описание процессов обыкновенными дифференциальными уравнениями представляют в виде системы конечно-разностных уравнений, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, системой дифференциально-разностных уравнений.

Детерминированные модели (аналитические или **численные)** регулирования рыболовства, построенные с применением теоретического подхода, имеют ряд преимуществ перед моделями других видов: у них широкая область применения; они более правильно характеризуют состояние запасов и промысла даже при недостаточно точных параметрах модели; позволяют всесторонне анализировать процесс регулирования рыболовства; пригодны для обобщений при анализе свойств процессов определенного класса; их можно использовать для прогнозирования.

При теоретическом подходе после выбора вида модели и способа ее разработки необходимо подобрать моделирующий алгоритм и проверить адекватность модели процессу.

Для реализации выбранного способа разработки модели используют уравнения материального баланса, уравнения для «элементарных» процессов, происходящих в популяциях рыб, а также различные теоретические и полуэмпирические зависимости между параметрами процесса, которые служат для определения параметров модели и ограничений на переменные процесса. Обычно на управляемые параметры накладываются ограничения по запасам рыбы, а на управляющие – ограничения в различных регламентирующих лов документах.

Иногда практическая применимость математического описания зависит от эффективности моделирующего алгоритма, особенно при решении сложных задач регулирования рыболовства.

Если возможно аналитическое решение системы уравнений математического описания, то специальный моделирующий алгоритм не разрабатывают. Создание теоретической детерминированной модели заканчивают проверкой ее адекватности моделирующему процессу.

Наиболее характерными представителями моделей с использованием дифференциальных уравнений являются модификации известных уравнений Баранова – Бивертона – Холта. Использование подобных уравнений в теории и практике регулирования рыболовства ограничивается не всегда достаточной их точностью, не установившимися состоянием и режимом эксплуатации многих популяций рыб, длительным переходом популяции в новое состояние, отсутствием точных критериев для назначения времени начала регулирования промысла.

Однако указанные причины не могут служит причиной отказа от применения таких уравнений для регулирования рыболовства. Тем более что это пока одни из немногих уравнений, которые позволяют оптимизировать одновременно и интенсивность, и селективность рыболовства. Кроме того, точность последних модификаций уравнений Баранова – Бивертона – Холта значительно выше точности исходных уравнений.

Дифференциальные уравнения использовали Грехэм (для установления связи между максимальной биомассой популяции и фактической); А.Д. Базыкин, который учел в модели половой состав популяции; Л.Р. Гинзбург, рассмотревший динамику популяций рыб с учетом возрастного состава (*Меншуткин В.В. Математическое моделирование популяций и сообществ водных животных. Л.: Наука, 1971. 176 с.*).

Незначительное усложнение модели в виде дифференциальных уравнений приводит к необходимости использования численных методов их решения, например, конечно-разностных уравнений.

Применение **конечно-разностных уравнений** расширяет круг практически решаемых задач теории рыболовства, в том числе таких, в которых необходимо учесть колебания пополнения, темпа роста и естественной смертности; зависимость естественной смертности и массы рыбы от возраста; сроки вступления пополнения в промысел (*Меншуткин, 1971*; *Мельников А.В. Уточнение некоторых математических моделей ациомальной эксплуатации запасов рыб. Биологические науки, 1987. Деп. ВИНИТИ, И 1674-Д-87. 11 с.*).

Примерами **алгебраических уравнений** служат исходное выражение для годового изменения популяции, предложенное Расселом (*Меншуткин, 1971*); уравнение Ф.И. Баранова, связывающее запас при отсутствии промысла с существующим запасом и кормностью водоема; уравнение параболической зависимости годовой продукции от величины запаса Шефера (*Риккер У.Е. Методы оценки и интерпретация биологических показателей популяций рыб. М.: Пищ. пром., 1979. 408 с.*).

К **трансцендентным уравнениям** можно отнести уравнение логистической кривой Фергюльста – Пирля для оценки изменения ихтиомассы популяции. Примером теоретических моделей интегрального типа служат основные уравнения селективности (*Мельников А.В. Расчетно-экспериментальные методы исследования селективных свойств и обоснования размера ячеи концентрирующих орудий лова. Сб. трудов ВНИРО, 1983, с. 48–55*).

В целом можно констатировать, что теоретические методы разработки моделей, особенно динамических, для оптимизации рыболовства применяются пока недостаточно широко. В дальнейшем их роль для решения конкретных практических задач и более полного анализа процессов регулирования рыболовства должна возрасти.

При формальном подходе к разработке статических моделей наиболее часто применяют экспериментально-статистические методы, основанные на использовании дисперсионного и регрессионного анализов, методов математического планирования экспериментов.

При разработке моделей методом **регрессионного анализа** корреляционный и дисперсионный анализ используют для исследования математических моделей, полученных с применением регрессионного анализа.

Экспериментально-статистические методы разработки моделей включают: выбор вида эксперимента (пассивный, активный, пассивно-активный); предварительный выбор вида уравнений связи; планирование активного эксперимента; проведение эксперимента, в том числе сбор исходного статистического материала в случае пассивного эксперимента; определение коэффициентов регрессии; статистический анализ результатов.

Вид экспериментов выбирают с учетом достоинств и недостатков пассивных и активных экспериментов, отмеченных выше, стремясь при любой возможности активизировать эксперименты.

Вид уравнения связи и метод его оценки выбирают с учетом задач исследований. Так, **дисперсионный анализ** можно использовать для оценки предельно возможной точности определения запаса, улова, пополнения и других показателей с учетом их колебаний; определения значимости различий между кривыми распределения величины запаса, улова, пополнения и т.д. при различной интенсивности вылова; значимости колебаний плотности распределения размерного и возрастного состава запаса или улова; оценки точности заданных регламентирующих лов показателей (допустимый прилов маломерных рыб, размер ячеи, допустимая интенсивность вылова) и определения области их применения.

Корреляционный анализ используют, например, для оценки связи между запасом и уловом; запасом и пополнением; промысловым усилием и уловом; приловом маломерных рыб и размером ячеи; приловом маломерных рыб и уходом через ячею рыб промысловых размеров; для оценки влияния внешней среды на запасы, улов и пополнение и т.д.

Методы математического планирования экспериментов можно использовать при разработке практически всех «элементарных» и полных моделей регулирования рыболовства. Среди них особое место должны занять **симплексный метод** планирования эксперимента и **метод эволюционного планирования эксперимента**, которые являются также перспективными методами оптимизации управления рыболовством.

Рассмотренные формальные методы разработки математических моделей не всегда дают удовлетворительные результаты или из-за недостаточной точности, или из-за большой сложности. В то же время в различных отраслях науки для разработки формальных математических моделей сложных процессов и прогнозирования все шире применяют **метод группового учета аргументов (МГУА)**. Этот метод можно использовать также для разработки математических моделей запаса; величины улова; улова на усилие, на судо-сутки лова, на единицу пополнения; размерного состава облавливаемых скоплений и улова; пополнения; колебаний темпа роста и естественной смертности; прилова маломерных рыб; ухода через ячею рыб промысловых размеров и т.д.

Различают формальные методы разработки линейных и нелинейных динамических моделей. Первые из них строят, используя в активном эксперименте детерминированные воздействия различного вида или воздействия в виде стационарной случайной функции, а в пассивном – изменяя входные переменные в режиме нормальной эксплуатации промыслового стада.

Разработка линейных математических объектов включает выбор вида эксперимента; предварительный выбор структуры модели; подготовку и планирование эксперимента; обработку результатов эксперимента и их анализ.

К **активным экспериментам** при разработке динамических моделей относят введение новых мер регулирования рыболовства: изменяющих его интенсивность и селективность; прекращение, а затем восстановление промысла.

Последовательность операций при обработке результатов активных экспериментов и получаемый вид математической модели зависят прежде всего от вида и условий проведения эксперимента, дальнейшего использования математической модели, способа идентификации модели.

При проведении **пассивного эксперимента** устанавливают, являются ли входные воздействия взаимно независимыми и можно ли рассматривать процессы изменения входных и выходных величин как стационарные эргодические случайные процессы.

Наиболее общей формой представления динамической модели при детерминированных воздействиях являются дифференциальные уравнения, а также соответствующие передаточные функции и амплитудно-фазовые характеристики. Примером решения задачи таким способом служит описание Р. Бивертоном и С. Холтом (*Бивертон Р., Холт С. Динамика численности промысловых рыб. М.: Пищ. пром., 1969. 248 с.*) переходных процессов при изменении интенсивности и селективности рыболовства. Такое описание с учетом принятых допущений позволяет оценить, как изменяется ежегодный улов в переходный период и какова длительность этого периода.

Однако в теории рыболовства дифференциальные уравнения часто заменяют их конечно-разностными аналогами. Еще большее значение для оценки динамики запасов и регулирования промысла имеет применение конечно-разностных уравнений в биостатистических методах теории рыболовства (виртуальной популяции, когортного анализа Поупа и Джонса). Важно, что эти методы в той или иной степени позволяют оценить влияние интенсивности и селективности рыболовства на запасы рыб. К этой же группе можно отнести модели для оценки потерь и выгод при переходе на новый размер ячеи (*Трещев А.И. Научные основы селективного рыболовства. М.: Пищ. пром., 1974. 446 с.*).

Если воздействия считают случайными, то основными характеристиками процесса являются одномерные и многомерные функции распределения, плотности распределения, корреляционные функции и спектральные характеристики.

Формальные методы разработки **нелинейных динамических моделей** значительно сложнее, чем линейных, поэтому для процессов, степень нелинейности которых мала, используют **линейные модели**. Относительная погрешность, вызванная линеаризацией модели управления рыболовством, обычно должна быть меньше 0,1–0, 2.

Использование общих принципов построения математических моделей регулирования запасов и рыболовства существенно облегчает математическое моделирование рассматриваемых рыбохозяйственных процессов.

Melnikov V.N., Melnikov A.V., Sudakov G.A.

Main steps in construction of models for fishing management

Fishing management is closely connected with the study of so named elementary processes: population dynamics, processes of recruitment, growing, natural and fishing mortality. These elementary processes are used for development of a process whole model and for its optimization. Developed mathematical descriptions are united into a whole system of equations.

In the paper general principles are proponed for construction of mathematical models for management of stocks and fishing. Applying of the principles lighten significantly the modeling of the fisheries processes.