Том XCVII | Труды Всесоюзного научно-исследовательского института морского рыбного хозяйства и океанографии (ВНИРО) | 1973

УДК 639.2.081.1

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СЕТНОГО МЕШКА РАЗНОГЛУБИННОГО ТРАЛА

В. В. Блинов

ВНИРО

В работе [3] нами предложена формула для определения коэффициента гидродинамического сопротивления изогнутого сетного полотна

$$\widetilde{C}_X^{\text{сет}} = \frac{\int C_{X\alpha}^{\text{сет}}\, dS}{\int dS}. \qquad (1)$$

Аналогичным образом можно определить коэффициент подъемной силы $\widetilde{C}_Y^{\text{сет}}$ изогнутого сетного полотна

$$\widetilde{C}_Y^{\text{сет}} = \frac{\int C_{Y\alpha}^{\text{сет}}\, dS}{\int dS}. \qquad (1')$$

Как и $C_{X\alpha}^{\text{сет}}$, коэффициент $C_{Y\alpha}^{\text{сет}}$ является функцией основных параметров сетного полотна — A, a/d, u_1/u_2, Re, α — и его следует определять из опытных данных. Кроме того, в формулах (1) и (1′) предполагается известным уравнение поверхности полотна.

Поверхность тралового мешка в потоке воды не остается фиксированной, поэтому задача нахождения поверхности сетных полотен типа тралового мешка относится к классу вариационных задач.

С физической точки зрения правомерно предположить, что сетной мешок как система будет принимать в потоке воды такую форму, которая приведет к общей минимальной нагрузке на него в целом. Такая трактовка приводит к следующему вариационному принципу: сетной мешок в потоке воды представляет собой поверхность (или натянут на поверхность), уравнение которой минимизирует некоторый функционал, содержащий $C_{X\alpha}^{\text{сет}}$ и $C_{Y\alpha}^{\text{сет}}$ сети и являющийся коэффициентом гидродинамической нагрузки тралового мешка. Обозначим его через $\widetilde{C}_{(\text{мрт})}$.

Подробных и широкоплановых экспериментов для измерения $C_{эY}$ различных ассортиментов делей, а также для измерения $C_{X\alpha}^{\text{сет}}$ для капроновых сетей не проводилось, поэтому можно лишь сформулировать ограниченную вариационную задачу для сетного мешка из хлопчатобумажной дели.

Для коэффициента гидродинамического сопротивления тралового мешка запишем

$$\widetilde{C}_{X(\text{мрт})} = \frac{\int C_{X\alpha}^{\text{сет}} dS}{\int dS} . \tag{2}$$

Функция $C_{X\alpha}^{\text{сет}}$ найдена, например, в нашей работе [3]. Минимизацию функционала $\widetilde{C}_{X\,(\text{мрт})}$ нельзя осуществить аналитическими вариационными методами. Задача решается прямым численным методом Ритца.

Рассмотрим подробнее физическую модель тралового мешка. Будем искать минимизирующую поверхность в классе поверхностей вращения, так как в большинстве режимов траления разноглубинным тралом сетной мешок его симметричен. Исключим из рассмотрения куток, считающийся цилиндрической сетью, так как математическая формулировка задачи и ее программная реализация существенно бы осложнились.

В предположении, что решение вариационной задачи существует и оно единственно, примем за исходную форму сетного мешка поверхность вращения, образуемую пластинами раскроечного чертежа. Последовательные приближения при решении задачи на ЭЦВМ должны привести к «вытяжке» мешка при условии, что сечения, в которых пластины съячеиваются, остаются окружностями строительного радиуса. Для простоты будем считать также форму ячей одинаковой в пределах каждой пластины ($u_{2\,(i)}$=idem для i-той пластины).

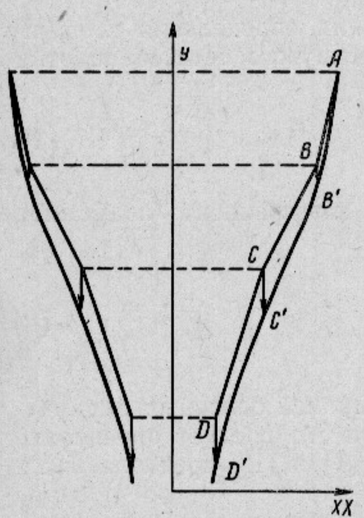

Схема последовательных меридиональных сечений сетного мешка разноглубинного трала, вычисляемых ЭЦВМ по разработанному алгоритму.

Пусть $y=\sum\limits_{i=0}^{N} a_i x^i$ — уравнение образующей в меридиональном сечении сетного мешка (рисунок). Требуется найти коэффициенты a_i. Искомая функция y, таким образом, представлена как линейная комбинация конечного числа функций x^i минимизирующей последовательности функций $(1, x, x^2, ..., x_n, ...)$. Формула (2) тогда запишется

$$\widetilde{C}_{x(\text{мрт})} = \frac{\int x C_{X\alpha}^{\text{сет}} \sqrt{1+(y')^2}\, dx}{\int x \sqrt{1+(y')^2}\, dx} . \tag{3}$$

Отметим, что вариационный метод позволяет избежать решения сложных уравнений равновесия сетного полотна [4, 5], хотя при численной реализации метода Ритца возникают значительные трудности.

Дифференцирование вариационного функционала (3) по коэффициентам a_i полинома y приводит к следующей системе уравнений Ритца [1] ($C_{X\alpha}^{\text{сет}}$ — неявная функция коэффициентов a_i):

$$F_j = \left(\int x \sqrt{1+(y')^2}\, dx\right) \left[\int x \frac{\partial C_{X\alpha}^{\text{сет}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{d a_j} \sqrt{1+(y')^2}\, dx + \int C_{X\alpha}^{\text{сет}}\, x Q_j\, dx\right] -$$

$$- \left(\int x C_{X\alpha}^{\text{сет}} \sqrt{1+(y')^2}\, dx\right) \int x Q_j\, dx = 0 , \tag{4}$$

где $y' = \sum\limits_{i=1}^{N} a_{i+1}\, i\, x^{i-1}$;

$\alpha = \operatorname{arctg}(y')$;

$$\frac{\partial \alpha}{\partial a_j} = \left(-\frac{1}{1+(y')^2}\right)\left(\sum_{i=1,\ i\neq j}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1} + j x^{j-1}\right).$$

$$Q_j = \frac{y'\left(\sum\limits_{i=1,\ i\neq j}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1} + j x^{j-1}\right)}{\sqrt{1+(y')^2}}. \tag{5}$$

В формулах (4) $C_{x\alpha}^{\text{сет}}$ является сложной функцией от x и α (так как ее аргументы a/d, u_1/u_2, Re зависят от x и α, что учитывается программным путем), поэтому система (4) является системой трансцендентных уравнений. Для решения ее используем метод последовательных приближений Ньютона [2].

Построим матрицу F_{jk}

$$F_{jk} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial F_1}{\partial a_1} \cdot \dfrac{\partial F_1}{\partial a_2} \ldots \dfrac{\partial F_1}{\partial a_{N+1}} \\ \\ \dfrac{\partial F_{N+1}}{\partial a_1} \cdot \dfrac{\partial F_{N+1}}{\partial a_2} \ldots \dfrac{\partial F_{N+1}}{\partial a_{N+1}} \end{Bmatrix} \tag{6}$$

Дифференцированием по a_k правых частей системы (4) получаем матричный элемент $\dfrac{\partial F_j}{\partial a_k}$:

$$\frac{\partial F_j}{\partial a_k} = \int x Q_j\, dx \left[\int x \frac{\partial C_{x\alpha}^{\text{сет}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{da_j} \sqrt{1+(y')^2}\, dx + \int C_{x\alpha}^{\text{сет}} x Q_j\, dx\right] +$$

$$+ \int x \sqrt{1+(y')^2}\, dx \left[\int x \frac{\partial C_{x\alpha}^{\text{сет}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{da_j} Q_j\, dx + \int x \frac{\partial}{\partial a_k}\left(\frac{\partial C_{x\alpha}^{\text{сет}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{da_j}\right)\sqrt{1+(y')^2}\, dx +\right.$$

$$\left. + \int \frac{\partial C_{x\alpha}^{\text{сет}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{da_k} x Q_j\, dx + \int C_{x\alpha}^{\text{сет}} x \frac{\partial Q_j}{\partial a_k}\, dx\right] - \left\{\left[\int x \frac{\partial C_{x\alpha}^{\text{сет}}}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{da_k} \sqrt{1+(y')^2}\, dx +\right.\right.$$

$$\left.\left. + \int x C_{x\alpha}^{\text{сет}} Q_j\, dx\right]\left[\int x Q_j\, dx + \left(\int x C_{x\alpha}^{\text{сет}} \sqrt{1+(y')^2}\, dx\right)\int x \frac{\partial Q_j}{\partial a_k}\, dx\right]\right\}. \tag{7}$$

Полезно выписать результат дифференцирования функций Q_j и $\sqrt{1+(y')^2}$:

$$\frac{\partial}{\partial a_k}(Q_j) = \frac{\left[1 + \left(\sum\limits_{i=1}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1}\right)^2 W - V\right]}{\left[1 + \left(\sum\limits_{i=1}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1}\right)^2\right]^{3/2}}, \tag{8}$$

где $W = \left(\sum\limits_{i=1,\ i\neq k}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1} + k x^{k-1}\right)\left(\sum\limits_{i=1,\ i\neq j}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1} + j x^{i-1}\right) +$

$$+ \left(\sum_{i=1}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1}\right)\left(\sum_{\substack{i=1,\ i\neq j \\ i\neq k}}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1} + k x^{k-1}\right);$$

$$V = \left(\sum_{i=1}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1}\right)^2 \left(\sum_{i=1,\ i\neq j}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1} + j x^{j-1}\right)\left(k x^{k-1} + \sum_{i=1,\ j\neq k}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1}\right); \tag{9}$$

$$\frac{\partial}{\partial a_k}\left(\sqrt{1+(y')^2}\right) = \frac{\left(\sum\limits_{i=1}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1}\right)\left(\sum\limits_{i=1,\ i\neq k}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1} + k x^{k-1}\right)}{\sqrt{1+\left(\sum\limits_{i=1}^{N} a_{i+1}\, i x^{i-1}\right)^2}} .$$

Система алгебраических уравнений, к которой приводит метод Ньютона, теперь запишется как

$$\sum_{k=1}^{N+1} F_{jk}\left(a_k^{(m)}\right)\left(a_k^{(m+1)} - a_k^{(m)}\right) = -F_j\left(a_k^{(m)}\right), \qquad (10)$$

где $a^{(m)}$ — m-тое приближение.

Алгоритм данной задачи реализован в программе для ЭВМ «Минск-22». До начала цикла последовательных приближений в программе происходит ввод, печать исходных данных, подготовка к задаче и делается нулевое приближение.

Нулевым приближением считается полином Y с коэффициентами, которые находятся методом наименьших квадратов из данных раскроечного чертежа.

Основной частью программы является решение системы Ритца методом Ньютона. В программе применены переключатели процедур, использующие стандартную программу вычисления определенного интеграла для различных подынтегральных выражений.

После нахождения очередного приближения и проверки условия цикла происходит подготовка к следующему приближению: вычисляются новые значения c/b, u_2 и u_1/u_2 для каждой пластины. В качестве b в формулах $C_{X(0)}^{\text{сет}}$ принимается длина образующей.

После последнего приближения, определяющегося заданной точностью, производится печать найденных коэффициентов полинома и вычерчивается график меридионального сечения мешка на рулонной ленте АЦПУ. На график наносятся также точки нулевого приближения.

Программа позволяет рассчитывать форму сетного мешка для различных скоростей траления и температур воды. В программе использована найденная нами зависимость (аппроксимация табличных данных для воды) [6]

$$\nu = 0{,}0000743\,(t^\circ - 37)^2 + 0{,}0077, \qquad (11)$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости воды, м²/с;
t° — температура, °С.

Таким образом, в программе учтены изменения числа Рейнольдса вдоль сетного мешка, зависимость его от температуры и скорости траления. При интегрировании по поверхности используется выражение для угла наклона элементарной широтной полоски поверхности, вычисляемое в предыдущем приближении.

В конце программы ЭВМ вычерчивает графики зависимости $C_{x\,(\text{мрт})}$ от скорости траления и температуры воды.

Программным путем следует ограничить величину производной Y' в точке $X_{\text{макс}}$, что соответствует ограничению на угол отклонения крыла трала от вертикальной плоскости.

Сходимость методов Ритца и Ньютона существенно зависит от начального приближения и ряда программных деталей, поэтому дальнейшее совершенствование построенного алгоритма возможно лишь при практической работе с ЭЦВМ.

Настоящая программа является четвертой программой серии научно-исследовательских программ разработки АСПОЛ и обозначена НИС-ПРОГ 4 АСПОЛ-1.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 1, М., Физматиз, 1962. 464 с.
2. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 2, М., Физматиз, 1963. 640 с.
3. Блинов В. В. Некоторые системотехнические задачи проблемы гидродинамики тросовых и сетных частей орудий лова. — «Труды молодых ученых», 1971, с. 5, с. 37—68.
4. Зонов А. И. К расчету формы рыболовных сетей. — «Научно-технический бюллетень ВНИОРХа», 1957, № 51, с. 70—76.
5. Зонов А. И. Уравнения равновесия рыболовной сети. — «Известия ГОСНИОРХ», 1958, т. 47, вып. 3, с. 20—29.
6. Кэй Д., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматиз, 1961. 299 с.

SUMMARY

The problem of changes in the form of the net bag of the mid—trawl with a fixed rope is considered. The stretching of the web in the flow is assumed to be homogeneous.

A formula of the coefficient of hydrodynamic resistance of the central part of the trawl or a variation functional of the problem is given. For the purpose of minimization of the functional a transcendental equation system N+1 (Ritz's system), where N is the order of the polynomial, that is the equation of the web component is developed.

Ritz's system is solved by the Newton method of successive approximations. By solving the system the polynomial coefficients are found. The hydrodynamic resistance coefficient is determined for the web surface.

The problem is programmed for a computer, Model Minsk-22.