

## ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНОМ РЫБОНАСОСЕ

М. М. Докукин, В. Н. Зырянов

Научные основы применения центробежных насосов для перегрузки выловленной рыбы, разработанные А. В. Терентьевым, были под его руководством успешно развиты Б. С. Краковским, который, исследуя рабочий процесс, объяснил причины механического травмирования рыб в рыбонасосе.

Качественно новая задача перекачки живой рыбы заставляет вновь обратиться к теории рабочего процесса центробежных агрегатов, поскольку живая рыба при прохождении межлопастного канала должна выдержать необычное для нее резкое повышение давления.

О характере распределения давления в каналах рабочего колеса на участке между входным  $r_1$  и наружным  $r_2$  радиусами можно судить по работам [3, 6, 7]. Однако давление начинает заметно изменяться до входа в межлопастной канал в результате воздействия лобовых частей лопастей на набегающий поток, а окончательно формируется на некотором удалении от рабочего колеса в спиральном отводе. Последнее обстоятельство подробно исследовано в работах [2, 3, 4], среди которых следует отметить вывод А. Н. Тимшина о том, что выравнивание абсолютных скоростей и давлений полностью завершается на расстоянии  $0,14 \cdot r_2$  от колеса.

В отношении потока, входящего в межлопастные каналы при  $r < r_1$ , данные о распределении давлений нам неизвестны.

Определение характера взаимодействия относительного потока с лобовыми частями лопастей рыбонасоса оказалось возможным в результате решения следующей задачи.

Рассмотрим обтекание бесконечного цилиндрического профиля, т. е. пренебрежем влиянием дисков на рассматриваемый поток. Для рыбонасосов такое допущение более приемлемо, чем для классических насосов, поскольку ширина колеса, т. е. расстояние между дисками, у рыбонасосов больше, чем у насосов для однофазных жидкостей.

В плоской задаче начало прямоугольной системы координат совмещалось с центром головной скругленной части лопасти. Направление оси  $x$  совпадало с направлением относительной скорости  $\vec{\omega}_1$ , (на радиусе  $r_1$  начала лопасти), определенной по треугольнику скоростей на входе в межлопастной канал.

Ограничивая решение областью  $x < 0$ , рассмотрим обтекание кругового цилиндра радиуса  $R$ .

Параметры набегающего потока основывались на следующих допущениях. Режим работы насоса считался установившимся и оптимальным, соответствующим максимальному гидравлическому к. п. д. Набегающий поток является плоскопараллельным потоком со скоростью в бесконечности  $\vec{v}_\infty$  и завихренностью в бесконечности, равной  $\vec{\omega}$ .

При решении поставленной идеальной задачи обтекания цилиндра бесконечным потоком мы предположили, что полученный результат будет достаточно справедлив лишь в небольшой области, соизмеримой с величиной  $R$ , т. е. там, где условия реального потока наиболее близки к условиям, сформулированным выше.

Исходными уравнениями являются уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости:

$$\frac{D\vec{v}}{D\tau} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{v}; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (2)$$

где  $\vec{v}$  — скорость течения жидкости, м/с;  
 $\rho = \text{const}$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  
 $p$  — давление, Па;  
 $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости, м<sup>2</sup>/с;  
 $\tau$  — время, с.

Граничные условия

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}|_{\infty} &= \vec{v}_{\infty} \\ \vec{v}|_c &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{v}|_{\infty} &= \vec{\omega} = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $c$  — обтекаемый контур-окружность.

Так как задача плоская, вектор  $\vec{\omega}$  имеет только одну компоненту, отличную от нуля, а именно  $\vec{\omega} = \{0_1, 0_1, \omega\}$ . Ось  $z$  направлена перпендикулярно к рассматриваемой плоскости, образуя правую систему координат с осями  $x, y$ . Вектор  $\vec{v}_{\infty}$  по условию совпадает с направлением оси  $x$ , поэтому в дальнейшем под вектором  $\vec{v}_{\infty}$  будем понимать только его первую компоненту, так как остальные равны нулю.

Вводя безразмерные переменные, как это сделано в работе Дж. Коула [1], и оставляя старые обозначения, получим [1] в безразмерном виде

$$\vec{v} \nabla \vec{v} = -\nabla p - \varepsilon \Delta \vec{v}. \quad (1')$$

Величина  $\varepsilon = \frac{1}{\operatorname{Re}}$  имеет порядок равный  $10^{-6}$ . Малость параметра  $\varepsilon$  позволяет искать решение уравнения методами теории возмущений [1].

Асимптотический анализ показывает, что вокруг контура  $c$  формируется вязкий пограничный слой относительной толщины  $\sqrt{\varepsilon}$ . Вне этого слоя вязкостью в уравнении (1') можно пренебречь (внешний предел Эйлера [1]).

$$\vec{v} \nabla \vec{v} = -\nabla p. \quad (4)$$

Применив к обеим частям уравнения (4) операцию  $\operatorname{rot}$ , получим с учетом (2)

$$\vec{v} \nabla (\operatorname{rot} \vec{v}) = 0,$$

т. е. завихренность потока вне пограничного слоя сохраняется вдоль линии тока. Учитывая последнее из условий (3), будем иметь

$$\operatorname{rot} \vec{v} = \vec{\omega}. \quad (5)$$

На основании известного решения в пограничном слое [1] отметим, что в первом приближении в пограничном слое для давления получим уравнение

$$\frac{1}{\rho h_i} \frac{\partial p}{\partial \zeta_i} = 0,$$

где  $h_i$  — параметр Ляме;

$\zeta_i$  — координата пограничного слоя, нормальная к слою,

откуда явствует, что в первом приближении давление не меняется поперек слоя. Поэтому достаточно найти давление на внешней границе слоя.

Уравнение неразрывности (2) позволяет ввести функцию тока  $V$

$$V_x = \frac{\partial V}{\partial y}; \quad V_y = -\frac{\partial V}{\partial x}. \quad (6)$$

Подставляя выражения (6) в (5), будем иметь

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\omega. \quad (7)$$

Кроме уравнения (7), функция тока должна сохранять постоянное значение на обтекаемом контуре, которое без ограничения общности можно положить равным нулю.

Представим функцию тока  $V$  в виде суммы двух слагаемых

$$V = V_1 + V_2,$$

где функция  $V_2$  удовлетворяет уравнению (7) и условию на обтекаемом контуре  $V_2|_c = 0$ . При данном условии решением уравнения (7) будет выражение

$$V_2 = -\frac{\omega}{4} (x^2 + y^2 - R^2). \quad (8)$$

Легко видеть, что

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \bar{v}_x - \frac{\omega y}{2}, \\ V_y &= \bar{v}_y + \frac{\omega x}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $\bar{v}_x = \frac{\partial V_1}{\partial y}$ ,  $\bar{v}_y = -\frac{\partial V_1}{\partial x}$ .

Из системы уравнений (9) с учетом равенства (7) будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \text{rot}(\bar{v}_x, \bar{v}_y) &= 0, \\ \text{div}(\bar{v}_x, \bar{v}_y) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Таким образом, поток  $(\bar{v}_x, \bar{v}_y)$  потенциален, в силу чего решение системы (10) можно получить, используя методы теории функций комплексного переменного [5]. Комплексный потенциал течения, имеющего скорость  $v_\infty$  на бесконечности и циркуляцию  $\Gamma_\infty = 0$  (бесциркуляционный поток), имеет вид

$$f(z) = z + \frac{1}{z}, \quad (11)$$

где  $z$  — комплексная переменная.

Используя связь комплексной скорости с потенциалом (11)

$$U + iV = \overline{f'(z)},$$



получим для величины скорости выражение

$$|\vec{v}|^2 = \left[ \left( 1 - \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right) - \frac{\omega y}{2} \right]^2 + \left[ \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{\omega x}{2} \right]^2. \quad (12)$$

Из уравнения (4) с учетом первого уравнения системы уравнений (10) для давления будем иметь

$$\nabla \left( \frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) = -\nabla p,$$

что равносильно

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y},$$

откуда после интегрирования получим выражение закона Бернулли

$$p = \frac{1}{2} (A - |\vec{v}|^2). \quad (13)$$

Полагая

$$p|_{\infty} = \bar{p}_0, \quad |\vec{v}|^2|_{\infty} = 1,$$

где  $\bar{p}_0 = \frac{p_0}{\rho v_{\infty}^2}$ ,

вычислим величину постоянной  $A$  в уравнении (13)

$$A = 2\bar{p}_0 + 1.$$

Возвращаясь теперь к размерным переменным, получим для давления

$$p = \frac{1}{2} (2p_0 + \rho v_{\infty}^2 - \rho |\vec{v}|^2).$$

Избыточное давление будет

$$\Delta p = p - p_0 = \frac{\rho}{2} (v_{\infty}^2 - |\vec{v}|^2).$$

Подставляя в последнее выражение значение скорости из уравнения (12) и возвращаясь к размерным переменным, получим формулу для расчета поля давления в потоке, набегающем на цилиндр, т. е. на лобовую часть лопасти рабочего колеса

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \left\{ v_{\infty}^2 - \left[ v_{\infty} \left( 1 - R^2 \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right) - \frac{\omega y}{2} \right]^2 - \left[ v_{\infty} \frac{2R^2 xy}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{\omega x}{2} \right]^2 \right\}. \quad (14)$$

Необходимо отметить, что в конечном счете нас будет интересовать характер изменения давления, действующего на рыбу, которая движется вместе с потоком вдоль линий тока. Линии тока течения есть изолинии функции тока  $V$

$$V = V_1 + V_2 = T = \text{const},$$

где  $V_1$  — есть мнимая часть комплексного потенциала (11).

Используя уравнения (11) и (8), получим выражение для линий тока

$$v_{\infty} \left( y - \frac{R^2 y}{x^2 + y^2} \right) - \frac{\omega}{4} (x^2 + y^2 - R^2) = T. \quad (15)$$

С целью проверки полученных формул произведем по ним расчет поля давления применительно к конкретному экспериментально изученному рабочему колесу. Тогда на меридианном сечении рабочего колеса можно будет изобразить в одинаковом масштабе изобары двух полей давления: расчетного, полученного с помощью формулы (14) для головной части лопасти, и экспериментального для межлопастного канала. По принятому ранее допущению начало координат расчетного поля совместим с центром скругления входной части лопасти, а ось направим по касательной к средней линии лопасти в точке, принятой

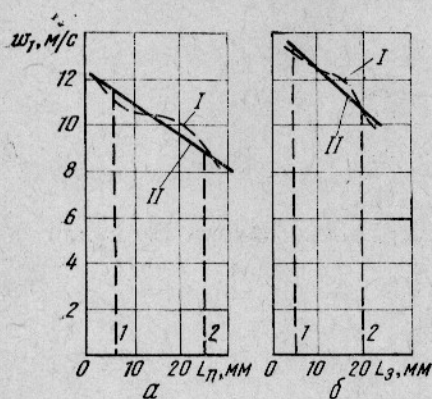


Рис. 1. Изменение относительной скорости вдоль эквипотенциальной линии экспериментальное (I) и линейаризованное (II):  
а — перед лопастью; б — за лопастью.

и  $L_3$ , примыкающих соответственно к передней и задней сторонам лопасти у головной ее части. Вычисления производим по усредненным значениям  $\vec{\omega}_1$ , после линейаризации графиков, которая приводит к ошибкам не более 5%, поэтому формула для вычислений имеет вид

$$\text{rot } \vec{\omega}_1 = \omega = \frac{1}{2} \left[ \frac{\omega_1(L_{\pi_2}) - \omega_1(L_{\pi_1})}{L_{\pi_2} - L_{\pi_1}} + \frac{\omega_1(L_{з_2}) - \omega_1(L_{з_1})}{L_{з_2} - L_{з_1}} \right], \quad (16)$$

где индексы 2 и 1 обозначают конкретные точки на осях  $L_{\pi}$  и  $L_3$ .

По формуле (16) при использовании рис. 1 получим величину локального вихря

$$\omega = \frac{1}{2} \left[ \frac{8,6 - 11,5}{(26 - 6) 10^{-3}} + \frac{10,7 - 13,5}{(20 - 5) 10^{-3}} \right] = -166 \frac{1}{c}. \quad (17)$$

Расчет поля давления перед лобовой частью лопасти колеса Левинского-Кесслитца производили по формуле (14). На рис. 2 даны изобары, полученные с помощью расчета. Здесь же показаны утолщенные линии — экспериментальные кривые. Пунктиром отмечены произвольно проведенные участки, объединяющие расчетные и экспериментальные данные. При проведении произвольных участков мы руководствовались условиями неразрывности поля давления, а также монотонности его градиента — отсутствия скачков. На рис. 2 показана стыковка изобар 1, 2 и 3 м вод. ст. Противоречие между расчетными и экспериментальными кривыми во втором квадранте объясняется, по-видимому, тем, что в принятой расчетной схеме не учитывается влияние диффузорности

межлопастного канала, а также влияние головной части лопасти, расположенной впереди по ходу вращения.

На отрицательной части оси  $y$  также можно провести стыковку расчетных и экспериментальных изобар  $-0,5$  и  $-1$  м вод. ст. В результате проведенной расчетной и графической работы получено более полное представление о распределении давления в относительном потоке, чем в работе [7], что показано на рис. 3. Здесь логично замыкается

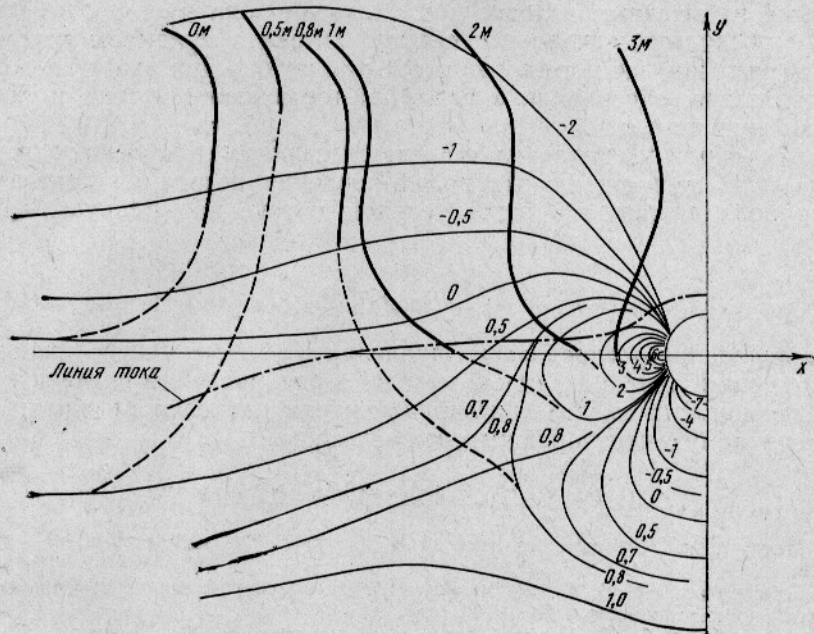


Рис. 2. Совмещение расчетного поля давления с экспериментальным.

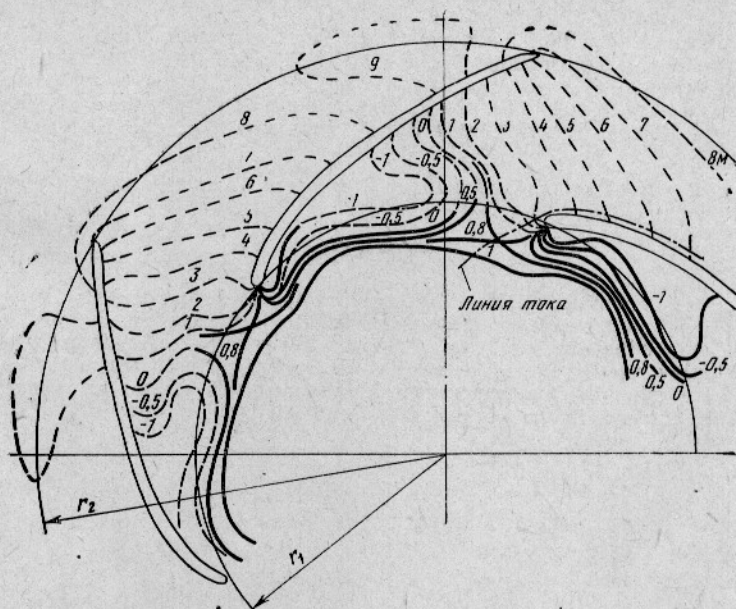


Рис. 3. Распределение давления в относительном потоке рабочего колеса (пунктир — по данным Левинского-Кесслитца [7]).



нулевая изобара, изобара  $\Delta p = 0,8$  м вод. ст. образует узел, как и на рис. 2.

Выявленная расчетом тенденция повышения давления с приближением к центру рабочего колеса не может быть признана правильной для классических насосов, у которых на входе стараются создать конфузность с целью ускорения потока и выравнивания его скоростей. Однако для рыбонасосов мы допускаем возможность существования круговых избыточных изобар, как показано на рис. 3, на радиусе  $\approx 0,8r_1$ , поскольку нормальное сечение потока в приемном патрубке у них в 4 раза меньше нормального сечения потока при входе на лопасти. Следовательно, здесь вполне вероятно торможение потока и повышение давления до 1 м вод. ст.

Таким образом, проверка общего решения методом стыковки расчетных и экспериментальных полей давления позволила показать характер поля давления в относительном потоке на радиусах  $0,8r_1 < r < r_2$ .

### Вывод

Исследование распределения давления в полости центробежного рыбонасоса позволяет с помощью методов моделирования перейти к определению допустимых воздействий изменения давления на живую рыбу, перекачиваемую центробежным рыбонасосом.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М., «Мир», 1972. 200 с.
2. Краковский Б. С., Докукин М. М. Центробежные рыбонасосы. М., «Пищевая промышленность», 1974. 120 с.
3. Степанов А. И. Центробежные и осевые насосы. М., Машгиз, 1960. 463 с.
4. Тимшин А. И. Структура потока в относительном движении рабочего колеса. — В сб.: «Гидравлические машины», вып. 6, Харьков, 1972, с. 43—47.
5. Тихонов А. Н., Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной. М., «Наука», 1970. 100 с.
6. Acosta A. I., Bowerman B. D. An Experimental Study of Centrifugal Pump Impellers. — Transactions of the ASME, vol. 79, November 1957, № 8, p. 1821—1839.
7. Lewinsky-Kesslitz H. P. Experimental Determination of Flow Patterns in Centrifugal Pumps. The Engineers' digest. February 1961, vol. XXII, № 2, p. 77—81.

*Investigations of the distribution of pressure in centrifugal fish pumps*

*M. M. Dokukin, V. N. Zyryanov*

### SUMMARY

Pressure is determined inside centrifugal pumps to understand its influence on live fish pumped. The pattern of the pressure distribution in front on the working wheel is determined by solving the ideal flat problem of passing the cylinder round with a quasi-stationary relative flow. The solution is checked up with the method of boundary junction of the estimated and experimental pressure fields of two neighbouring places in front of the entrance in the working wheel and interblade channel.