

УДК 664.951.2

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЫБНОГО СЫРЬЯ****И. И. Саенко**

Процесс посола рыбы в циркулирующем тузлуке представляет собой перенесение соли с помощью непрерывно движущегося концентрированного рассола — тузлука — в слое при условии поддержания его концентрации на заданном уровне [2]. Иначе этот процесс можно назвать посолом в движущемся потоке жидкости.

Наиболее слабым местом в этом способе посола является отсутствие равномерного движения тузлука через слой рыбы. Тузлук в слое движется далеко не по всей площади, а находит проход с наименьшим сопротивлением и тем самым вызывает появление очагов непросаливания. Для предотвращения этого явления применяется кантовка или перевалка рыбы из одной емкости в другую. Понятно, что эта процедура очень трудоемка, приводит к ухудшению товарного вида рыбы и не всегда приносит желаемые результаты. Стоит задача — исключить кантовку рыбы, оставляя на должном уровне качество посола.

На наш взгляд, первоначальное решение этого вопроса лежит в определении гидравлического сопротивления слоя рыбы движению жидкости в нем. В данной статье предлагается математическое описание геометрии рыбного слоя и на его основе — сопротивление слоя.

Мы предположили и проверили с помощью несложного эксперимента, что проникновение соли в тело рыбы происходит только по свободной поверхности пустот, доступных циркулирующему тузлуку.

Рыбный слой представляет собой разновидность зернистой среды с макроструктурой, а движение жидкости в нем подчиняется законам фильтрации.

Точное аналитическое решение уравнений движения жидкости сквозь зернистый слой практически неосуществимо, так как реальный слой чаще всего состоит из зерен геометрически неправильной формы с различными линейными характеристиками. Исследования в этой области направлены на создание совершенной модели структуры зернистого слоя. Структура «идеального» слоя чаще всего представлена в виде трубчатой модели. Взаиморасположение трубок, их длина и диаметр авторами рассматриваются по-разному [3].

Мы предложили модель рыбного слоя в виде трехмерной сети конических каналов.

В реальном слое различные по линейным характеристикам рыбы укладываются хаотически и система каналов, которая образуется пустотами между отдельными рыбами, весьма сложная. Каналы пересекаются друг с другом, непрерывно переходя в соседние, так что выделить поровый канал и отделить его от смежных невозможно. Иначе говоря, геометрия внутренней структуры слоя носит случайный характер. Поэтому для обоснования выбора метода описания каналов рыбного слоя использована теория случайных процессов.

В предложенной модели рыбного слоя каждый канал представляет собой извилистый усеченный конус переменного сечения, длина которого случайная функция  $l$  такая, что  $\eta_1 = \ln l$  имеет нормальное распределение с параметрами  $A$  и  $\Sigma$ , где  $A$  — математическое ожидание,  $\Sigma$  — дисперсия случайной величины.

Радиусы канала  $r_1$  и  $r_2$  являются также стационарной функцией  $\eta_2 = \ln r_1$  и  $\eta_3 = \ln r_2$ . Считаем, что распределение  $r_1$  и  $r_2$  одинаково, т. е. оно в обоих случаях нормальное и с одинаковыми параметрами  $a$  и  $\sigma$ . Но  $r_1$  и  $r_2$  тесно связаны между собой, т. е. коэффициент корреляции близок к единице  $\xi = 1$ . Кроме того, предполагается, что радиусы канала намного меньше его длины (узкий конус).

Количество воды, проходящее сквозь слой рыбы, определяем исходя из закона Дарси для пористых тел с макроструктурой [3]

$$W = \frac{\Delta p t}{\rho}, \quad (1)$$

где  $W$  — количество жидкости, протекающее через объем,  $\text{м}^3$ ;  
 $\rho$  — сопротивление слоя,  $\text{Н} \cdot \text{ч} / \text{м}^5$ ;  
 $\Delta p$  — перепад давления,  $\text{Па}$ ;  
 $t$  — время протекания жидкости,  $\text{ч}$ .

В формуле (1) трудно определяемой практически величиной является сопротивление слоя  $\rho$ . Попробуем определить его теоретически, исходя из геометрических характеристик структуры рыбного слоя — характеристики каналов слоя.

Ведем рассуждения от упрощенной модели канала. Допустим, что канал — тонкая цилиндрическая трубка с радиусом  $r_k$  и длиной  $L_k$ .

Исходя из уравнения Гагена — Пуазейля, как частное решение основного закона гидродинамики, применяемое в фильтрации для расчета тонких цилиндрических трубок [4], имеем:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \cdot \frac{\Delta p}{L_k}, \quad (2)$$

где  $Q$  — расход жидкости в единицу времени,  $\text{м}^3/\text{ч}$ ;  
 $\Delta p$  — перепад давления,  $\text{Па}$ ;  
 $L_k$  — длина цилиндра,  $\text{м}$ ;  
 $\mu$  — динамический коэффициент вязкости,  $\text{Н} \cdot \text{ч} / \text{м}^2$ .

Определим гидропроводность цилиндрической трубки по формуле

$$\kappa_k = \frac{Q}{\Delta p} = \frac{\pi r^4}{8\mu} \cdot \frac{1}{L_k}. \quad (3)$$

Из сравнения размерностей сопротивления  $\rho$  и гидропроводности  $\kappa$  видно, что это взаимнообратные величины, т. е.

$$\frac{1}{\kappa_k} = \rho_k. \quad (4)$$

где  $\rho_k$  — сопротивление канала.

В нашем случае канал конусообразный. Представим его в виде бесконечно большого числа элементарных цилиндров. Гидропроводность двух элементарных цилиндров находим, решая систему пяти уравнений:

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 \quad (5)$$

$$Q_1 = \kappa_{k_1} \Delta p_1 \quad (6)$$

$$Q_2 = \kappa_{k_2} \Delta p_2 \quad (7)$$

$$Q = Q_1 = Q_2 \quad (8)$$

$$\kappa_k = \frac{Q}{\Delta p} \quad (9)$$

Она равна

$$\frac{1}{\kappa_{\text{к}}} = \frac{1}{\kappa_{\text{к}_1}} + \frac{1}{\kappa_{\text{к}_2}}, \quad (10)$$

Проинтегрировав уравнение (3) по всей длине конического канала, учитывая зависимость (10), получим гидропроводность искомого канала

$$\frac{1}{\kappa_{\text{к}}} = \frac{8\mu}{\pi} \int_0^l \frac{dx}{r^2(x)}. \quad (11)$$

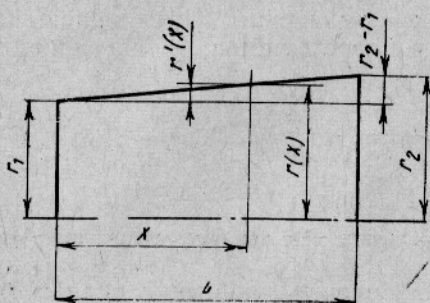


Рис. 1. Схема расчета геометрии конического канала.

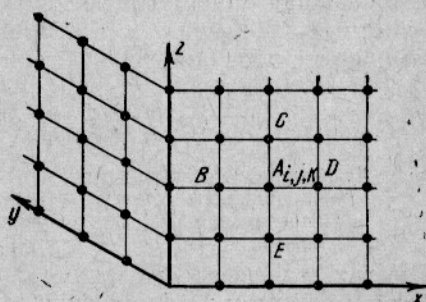


Рис. 2. Схема трубчатой модели со случайным радиусом канала.

Раскроем функцию  $r(x)$ , исходя из геометрических характеристик канала (рис. 1).

$$r(x) = \frac{(r_2 - r_1)x + r_1 l}{l}. \quad (12)$$

Подставляя значение функции  $r(x)$  в уравнение (11) и решив интеграл, получаем окончательный ответ о гидропроводности единичного канала конической формы

$$\frac{1}{\kappa_{\text{к}}} = \frac{8\mu l}{3\pi} \cdot \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^3 r_2^3}. \quad (13)$$

Для того чтобы в конечном счете определить гидропроводность всего слоя рыбы, проведем аналогию между законами электродинамики и гидродинамики. Этот способ не нов, хорошо разработан и представлен в нашей и зарубежной литературе [5].

Рассмотрим слой рыбы кубического объема (рис. 2), в котором каналы располагаются вдоль направления движения жидкости, пересекаясь между собой так, что к каждому узлу пересечений подходит несколько каналов. Как мы уже говорили, диаметры каналов являются случайной величиной. Функцию давления  $U_{i,j,k}$  (или  $\Delta p$  — в гидродинамике) будем считать заданной в узлах, а сопротивление  $R(\rho)$  между узлами.

Возьмем на срезе любую точку  $A$  с координатами  $i, j, k$ . В этой точке количество втекающей жидкости и количество вытекающей жидкости по каналам из соседних вершин (точек  $B, C, D, E$ ) равно нулю.

Запишем для этой точки  $A(i, j, k)$  уравнение Кирхгофа (сумма то-



ков в точке  $A$  равна нулю). Рассматривая течение жидкости в одном направлении из трех, скажем, в направлении  $x$ ,

$$\frac{U_{i,j,k} - U_{i-1,j,k}}{R_{i-\frac{1}{2},j,k}} + \frac{U_{i,j,k} - U_{i+1,j,k}}{R_{i+\frac{1}{2},j,k}} + \dots + \frac{U_{i,j,k} - U_{i,j,k+1}}{R_{i,j,k+\frac{1}{2}}} = 0, \quad (14)$$

мы получили уравнение в конечных разностях для функционального уравнения.

Уменьшая шаг решетки, получим из уравнения (14) уравнение в частных производных для трехмерного пространства, вводя гидродинамические обозначения

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( a \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( a \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 0, \quad (15)$$

где  $\partial p$  — давление в точке канала;

$x, y, z$  — координаты точки;

$a$  — предельная функция  $\kappa$  [учитывая уравнение (4)] при уменьшении шага решетки  $\kappa_i \rightarrow a$ .

Итак, для всех точек канала можно написать уравнения вида (15). Получим систему уравнений, которая является сеточной задачей для уравнения гидропроводности.

Решение дифференциального уравнения представлено в [6]. Конечный результат решения уравнения показывает, что гидропроводность всего слоя равна сумме гидропроводностей единичных каналов, т. е.

$$\kappa = \kappa_{\kappa n}, \quad (16)$$

где  $n$  — количество каналов.

С учетом определения гидропроводности всего слоя формула (13) принимает вид

$$\rho = \frac{1}{\kappa_{\kappa n}} = \frac{8\mu l}{3\pi n} \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^3 r_2^3}. \quad (17)$$

Геометрические характеристики слоя были получены путем расчета срезов нескольких замороженных блоков рыбы. Для этой цели в несколько металлических ящиков кубической формы с внутренним линейным размером 0,35 м засыпали свежую рыбу в определенном количестве по штукам и массе. Куб доливали водой. По весу долитой воды определяли объем пор  $V_{\text{общ}}$  и пористость слоя  $m$ , равную частному от деления объема пор на общий объем куба. Содержимое куба замораживали в морозильной установке в течение нескольких суток. Затем блок отделяли от опалубки и ленточной пилой распиливали на 6 горизонтальных срезов через 0,06 м. Срезы отмывали от рыбной стружки и фотографировали. Расчет вели по фотографиям (рис. 3).

В первую очередь подсчитывали общую площадь пустот, так называемое «живое» сечение среза. Это позволило определить, что каналы рыбного слоя имеют коническую форму. Коэффициент сужения  $K$  подсчитывали как отношение «живого» сечения нижнего среза к «живому» сечению верхнего среза. Для сельди  $K=0,76$ .

В таблицу сведены полученные данные радиусов каналов по горизонтальным срезам сельди блока № 2 ( $S_{\kappa_i}$  — площадь пустот в квадрате,  $r_{\kappa_i}$  — радиус канала,  $K = \frac{r_{i+1}}{r_i}$  — коэффициент сужения радиуса от

Радиусы каналов по высоте слоя сельди. Горизонтальные срезы замороженного блока № 2 по схеме (рис. 3)

Величины	2-й квадрат					3-й квадрат					4-й квадрат				
	Глубина слоя														
	1-й срез	2-й срез	3-й срез	4-й срез	5-й срез	1-й срез	2-й срез	3-й срез	4-й срез	5-й срез	1-й срез	2-й срез	3-й срез	4-й срез	5-й срез
<i>2 колонна</i>															
$S_{K_i}$ (см)	26,741	13,662	7,988	2,160	4,372	16,589	7,270	—	2,700	2,092	5,695	6,831	17,864	15,390	3,042
$r_i$ (см)	2,92	2,09	1,58	0,78	1,18	2,30	1,52	—	0,927	0,816	1,35	1,48	2,39	2,22	0,984
$K = r_{i+1}/r_i$	0,715	0,76	0,49	1,51	—	0,66	0,61	—	0,88	—	1,09	1,61	0,93	0,43	—
$K_{r_{cp}}$	—	—	0,87	—	—	—	—	0,72	—	—	—	—	1,02	—	—
<i>3 колонна</i>															
$S_{K_i}$ (см)	29,960	21,528	18,328	3,780	7,604	26,493	10,350	5,336	—	3,422	5,695	6,831	6,264	—	1,711
$r_i$ (см)	3,09	2,62	2,42	1,10	1,56	2,91	1,82	1,30	—	1,04	1,35	1,48	1,41	—	0,74
$K = r_{i+1}/r_i$	0,85	0,92	0,45	1,42	—	0,63	0,71	0,80	—	—	1,09	0,95	0,52	—	—
$K_{r_{cp}}$	—	—	0,91	—	—	—	—	—	0,71	—	—	—	0,85	—	—
<i>4 колонна</i>															
$S_{K_i}$ (см)	24,265	8,694	12,528	9,720	7,794	15,846	7,110	1,160	4,320	—	3,96	20,286	5,800	—	5,893
$r_i$ (см)	2,78	1,66	2,00	1,76	1,57	2,25	1,50	0,61	1,17	—	1,12	2,54	1,36	—	1,37
$K = r_{i+1}/r_i$	0,60	1,20	0,88	0,89	—	0,67	0,40	1,92	—	—	2,28	0,54	1,00	—	—
$K_{r_{cp}}$	—	—	0,89	—	—	—	—	—	—	—	—	1,27	—	—	—

слоя к слою,  $K_{\text{ср}}$  — коэффициент сужения радиуса по квадратам, средняя величина).

Аналогичные таблицы были получены и по остальным пяти блокам замороженной сельди. Данные были обработаны с помощью математической статистики и теории случайных функций, о которых говорилось выше. В результате был получен график зависимости радиуса конического канала от высоты слоя сельди (рис. 4).

Расчетная формула нижнего радиуса  $r_1$  для сельди

$$r_1 = r_2 - 0,04H, \quad (18)$$

где  $H$  — высота слоя.



Рис. 3. Горизонтальный срез замороженного блока крупной сельди.

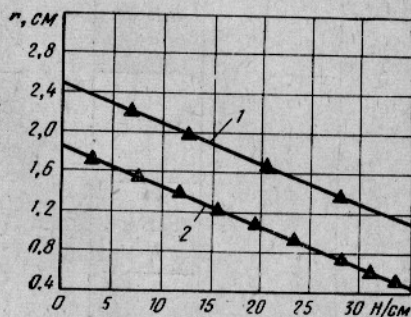


Рис. 4. График функций радиусов каналов от высоты слоя сельди: 1 — крупная сельдь ( $r_2=2,5$  см); 2 — салака ( $r_2=1,95$  см).

Верхний радиус  $r_2$  есть величина постоянная и не зависит от высоты слоя. Для сельди величина  $r_2$  равна 2,5 см. Длину каналов определяли по величине объема единичного канала  $V_k$ :

$$l = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{V_k}{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}, \quad (19)$$

где

$$V_k = \frac{V_{\text{общ}}}{n}. \quad (20)$$

Подставляя значение объема единичного канала из равенства (20) в уравнение (19), получим

$$l = \frac{3}{\pi n} \cdot \frac{V_{\text{общ}}}{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}, \quad (21)$$

где  $n$  — количество каналов в слое.

Для определения  $n$  воспользуемся ранее опубликованной работой [7],

$$n = \frac{bV_{\text{общ}}}{H \cdot 2\pi r_1}, \quad (22)$$

где  $H$  — высота слоя, см;

$b$  — коэффициент, учитывающий площадь слоя рыбы [ $\text{см}^{-1}$ ]; для сельди  $b=0,38$  [ $\text{см}^{-1}$ ].



Окончательная формула для расчета сопротивления рыбного слоя с учетом зависимостей (17), (21) и (22) принимает вид

$$\rho = B \frac{8\mu H^2}{V_{\text{общ}}} \quad (23)$$

где  $B = \frac{4}{b^2 r_1 r_2^3} [1/\text{м}^2]$ .

Для подтверждения полученного теоретического материала о сопротивлении рыбного слоя на опытной установке, которая представляет собой колонну диаметром 0,5 м и пьезометрами для определения давления в определенных слоях, были получены расход воды, проходящей через слой сельди различной высоты, и давление по сечениям слоя. По формулам (3) и (4) рассчитывали гидропроводность слоя.

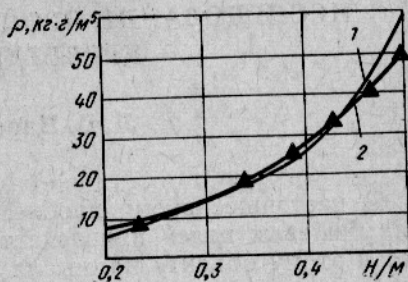


Рис. 5. График зависимости сопротивления слоя сельди от высоты: 1 — теоретическая кривая; 2 — экспериментальная кривая.

Результаты экспериментов и их сходимость с расчетными данными представлены на рис. 5.

### Выводы

1. Сходимость экспериментальных и аналитических данных дает основание для применения теории движения жидкости в зернистом материале при расчете движения тузлука в рыбном слое.
2. Получена аналитическая зависимость сопротивления рыбного слоя с помощью его геометрических параметров.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терентьев А. В. Комплексная механизация рыбозаводов. М., Пищепромиздат, 1954. 50 с.
2. Леванидов И. П. Тузлучный (гидравлический) посол весенней тихоокеанской сельди. Сахалин, изд-во газеты «Советский Сахалин», 1956. 62 с.
3. Аэров М. Э. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. Л., «Химия», 1968. 510 с.
4. Шейдеггер А. Э. Физика течения жидкости через пористые среды. М., Гостехиздат, 1960. 246 с.
5. Швидлер М. И. Фильтрационные течения в неоднородных средах. М., Гостехиздат, 1963. 253 с.
6. Курант Р. и др. О разностных уравнениях математической физики (пер. с нем.). — «Успехи математических наук», 1940, № 8, с. 42—54.
7. Саенко И. И., Ковальков В. П. О длительности периода пленочного стекания воды из рыбных бункеров. — «Труды ВНИРО», 1972, т. XXXVIII, с. 178—189.

### *Geometrical characteristics of fish layer*

*I. I. Saenko*

### SUMMARY

Although salting of fish in circulating brine is a conventional method it has some disadvantages. For example, fish should be handled from one tank into another to secure adequate salting. The main objective is to arrange uniform flow of brine in the fish layer. To solve the problem it is necessary to determine the hydraulic resistance of the fish layer and circulation of the brine in it. The mathematical description of the geometric features of the fish layer and estimation of the resistance is suggested.