

УДК 51 : 639.2.053

**ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБОВ  
АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ПРОМЫСЛА**

И. Е. Локшина

При составлении перспективных производственных планов добычи и организации промысла необходимо принимать во внимание состояние запаса и промысла эксплуатируемого объекта. Задача планирования и регулирования рыболовства со времени первых работ Ф. И. Баранова [1, 2] и до настоящего дня не только не потеряла своего значения, но и становится все более актуальной. В связи с этим возрастает роль количественных методов и вычислительной техники. Разработано значительное число математических моделей, внедряется ЭВМ. При этом сохраняется стремление достаточно сложные методы или модели представить в доступной форме, а также при необходимости облегчить способ их реализации, например, при подготовке материалов для промышленных организаций, а также при выработке правильных представлений о теоретических основах построения моделей.

В течение ряда лет выясняется возможность практического применения отдельных математических моделей для оценки запаса и возможного вылова на конкретных объектах промысла. В последние годы в отечественной и международной практике наметилась также тенденция к сопоставлению оценок, полученных различными методами.

В предлагаемой работе обобщены основные теоретические предпосылки ряда математических моделей, базирующихся на концепции уравновешенного улова, и представлены некоторые результаты их реализации. На современном этапе рыболовство в основном регулируется установлением квот и лимита вылова на основе принципа оптимального использования биологических ресурсов без нарушения их естественного воспроизводства. При оптимальной эксплуатации запасов важно не перейти границу максимального прироста промысловой популяции (биомасса или численность) (рис. 1 а), обеспечивающего наибольший максимально возможный вылов. Предполагается, что эксплуатируемая по-

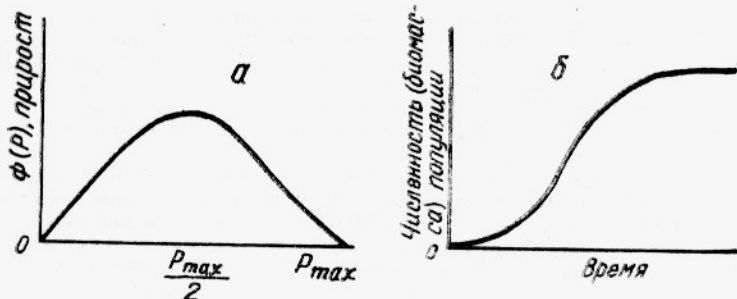
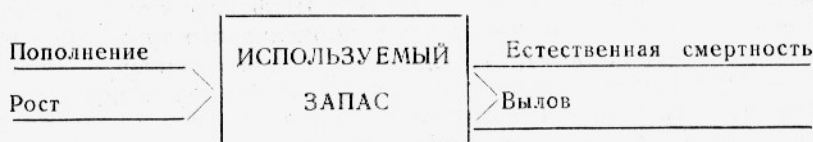


Рис. 1. Кривые ( $P_{\max}$  — максимальный размер запаса):  
а — скорости роста; б — роста популяции

пуляция — это система, стремящаяся к стабилизации, которая находится в равновесии, если размер вылова равен общему приросту, обеспечиваемому пополнением и ростом промыслового запаса с учетом потерь в результате естественной смертности.



Такой улов называется уравниженным (равновесным или стабильным). Концепция уравниженного улова легла в основу построения ряда математических моделей. Из рис. 2, на котором показаны зависимости, соответствующие модели Шефера, Фокса и Пелла—Томлинсона [8, 12, 14, 15] видно, что улов по мере увеличения интенсивности рыболовства возрастает не беспредельно. Гипотезу эту в свое время выдвигали

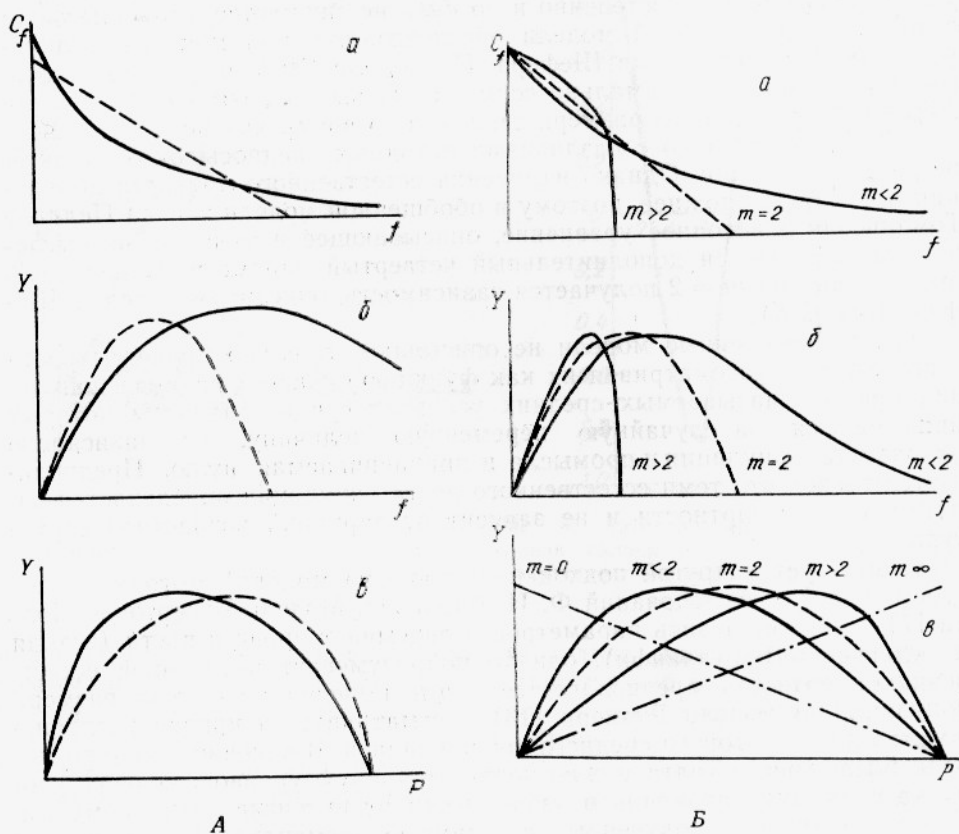


Рис. 2. Зависимость изменения показателей промысла и запаса (схематическое изображение):

А — по модели Шефера и Фокса; Б — по модели Шефера и Пелла—Томлинсона при разных значениях параметра  $m$  (пунктир — по модели Шефера); а — зависимость между уловом на усилие и усилием, б — между уловом и усилием, в — между уловом и запасом

нул еще Ф. И. Баранов [2] и подтвердил Йорт [10], указав на S-образную кривую изменения численности рыб при заселении водоема. Так называемая логистическая или сигмоидная кривая Ферхюльста—Пирля—Рида (рис. 1 б) используется для описания закономерности роста многих организмов, а также отдельных явлений или процессов. Эту за-

зависимость впервые для рыбного промысла при изучении влияния первой мировой войны на запасы донных рыб Северного моря применил в 1935 г. Грэхем [9]. Она легла также в основу модели Шефера [15], которую поэтому Риккер в своей монографии [14] называет логистической моделью Шефера и Грэхема. Заслуга Шефера состояла в том, что он в 50-е годы на примере промысла тихоокеанского тунца разработал метод оценки трех параметров модели на основе данных об уловах и рыболовном усилии в связи с трудностью определения возраста этих рыб [16]. Модель Фокса (называемая Риккером экспоненциальной моделью Галланда и Фокса) исходит из кривой роста Гомперца, которая, по мнению некоторых исследователей, точнее отвечает ряду экспериментов [18]. Модель Шефера приводит к симметричной кривой уравновешенного улова, которая отражает параболическую зависимость между уловом и рыболовным усилием и при некоторой предельной его величине улов на единицу усилия, являющийся показателем состояния запаса, может снизиться до нуля. Согласно модели Фокса асимметричная кривая улова характеризует связь между уловом и усилием, и улов на усилие уменьшается постепенно и до нуля не снижается. Максимальная величина улова по этой модели обеспечивается при меньшей величине запаса, чем по модели Шефера. По модели Шефера размер запаса, соответствующий максимально возможному вылову, должен составлять 50% от максимального размера запаса, в то время как по модели Фокса — 37%, что связано с различиями исходных предпосылок о характере роста популяции. Однако изменения естественного прироста популяции могут быть сложнее, поэтому в обобщенной модели запаса Пелла—Томлинсона в исходное уравнение, описывающее изменение промыслового запаса, введен дополнительный четвертый параметр. И как частный случай при  $m = 2$  получается зависимость, описанная моделью Шефера (рис. 2 Б).

Три перечисленные модели не описывают отдельно процессы роста и пополнения, рассматривая их как функцию среднего размера популяции при так называемых средних условиях среды, вариации которых принимаются за случайную переменную величину, не зависящую от размера популяции и промысла и приравниваемая нулю. Предполагается также, что темп естественного роста популяции определяется изменениями ее плотности и не зависит от вариаций возрастной структуры.

Существует и другой подход к построению моделей, который берет свое начало от исследований Ф. И. Баранова. Модель Бивертон—Холта [7] содержит девять параметров и описывает процесс роста (исходя из уравнения Берталанфи), однако подразумевает постоянной естественную смертность; предполагается, что пополнение зависит от размера популяции. В модели Риккера [13] рассматривается кривая воспроизводства для некоторого среднего уровня запаса. В конечном виде по модели Бивертон—Холта можно получить кривую уравновешенного улова на единицу пополнения в зависимости от интенсивности промысла. Сравнение оценок, полученных с помощью элементарных моделей на основе промысловой информации и по другим более сложным моделям, для которых требуются также данные о морфометрии и возрастной структуре промысловой популяции, представляет научно-практический интерес.

Нами был рассчитан возможный вылов по данным промысла камчатского краба (статистика СЯРК), тихоокеанского желтоперого тунца (литературные данные), весенне-нерестующей салаки (материалы, любезно переданные сотрудниками АтлантНИРО, БалтНИИРХ, ГосНИОРХ), тихоокеанского хека (данные ФАО). В результате работы на ЭВМ были разработаны научно-практические рекомендации к проведению расчетов.

Применение моделей сопряжено с трудностями. Прежде всего следует обратить внимание на исходную информацию. В настоящее время ни один из методов не обходится без данных об уловах или о рыболовном усилии. Традиционная практика прогноза биостатистическим методом наряду с материалами о возрастном составе предусматривает использование данных об уловах; в связи с этим и была налажена служба сбора статистических данных. Интересно использовать этот материал для изучения динамики улова, выявления переходных периодов и периодичности процесса промысла в сопоставлении с результатами, полученными на основе моделей. В этом случае можно применить способы анализа временных рядов от простейших (сравнение улова и прироста улова (рис. 3), расчет автокорреляционной функции улова (рис. 4), который позволил наметить периодический

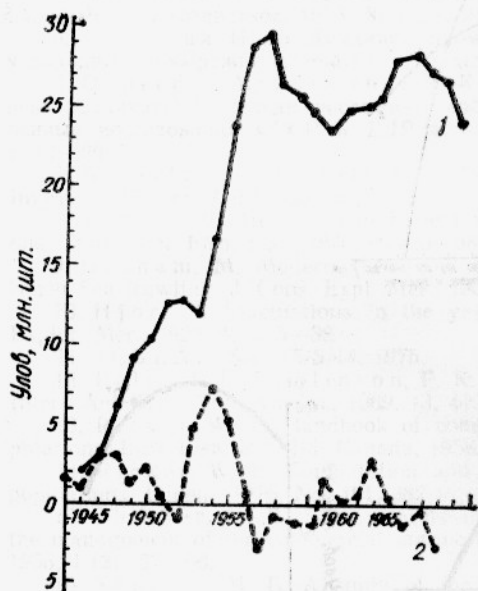


Рис. 3. Графический анализ динамики уловов камчатского краба (— уловы, --- прирост уловов)

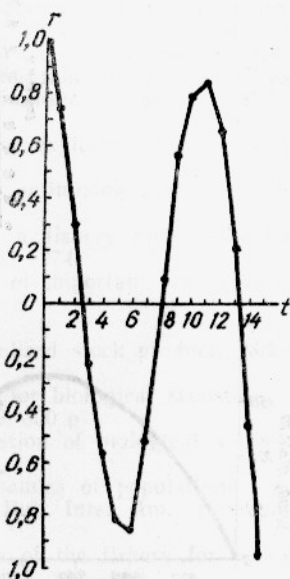


Рис. 4. Автокорреляционная функция уловов салаки Рижского залива ( $r$  — коэффициент корреляции,  $t$  — временной сдвиг)

цикл в 10—11 лет для салаки Рижского залива, аналогичный колебаниям гидрологических факторов и урожайности рыб в Северной Атлантике [4, 5], до авторегрессионной, информационной функции или метода случайных функций (последний применил В. В. Блинов для анализа динамики улова камчатского краба) и др. Необходимо унифицирование исходных данных промысла, от которых в значительной степени зависят рекомендации.

Получить однозначный ответ довольно сложно, и причины кроются не только в исходных данных, но также и в точности оценок параметров моделей, границах их применимости. Приведем несколько примеров. Известны ряд способов оценки параметров модели Шефера, которые применимы также и для модели Фокса. Сравнение результатов расчетов разными способами по модели Шефера и Фокса наряду со статистической обработкой данных промысла камчатского краба показывает значительные вариации в величине максимального вылова (до 7 млн. шт.). Относительная величина различий при этом между минимальными и максимальными значениями составила 21,6%, в то время как различие от средней из оценок — около 11—12%. На примере кам-

чатского краба показано, что в случае линейной аппроксимации улова на единицу усилия и рыболовного усилия оценки максимального вылова по модели Шефера совпадают с методами статистической обработки, которые можно выполнить с помощью стандартной программы регрессионного анализа для ЭВМ или ручного счета на ЭЦВМ [5]. Простейшие статистические способы расчета могут быть использованы для выбора рекомендаций к применению линейной модели Шефера или экспоненциальной модели Фокса, как это было показано на примере тихоокеанского хека [3]. Оценки максимального вылова разных промысловых объектов методами статистической обработки по модели Шефера, Фокса, Бивертон — Холта в ряде случаев совпадают (рис. 5).

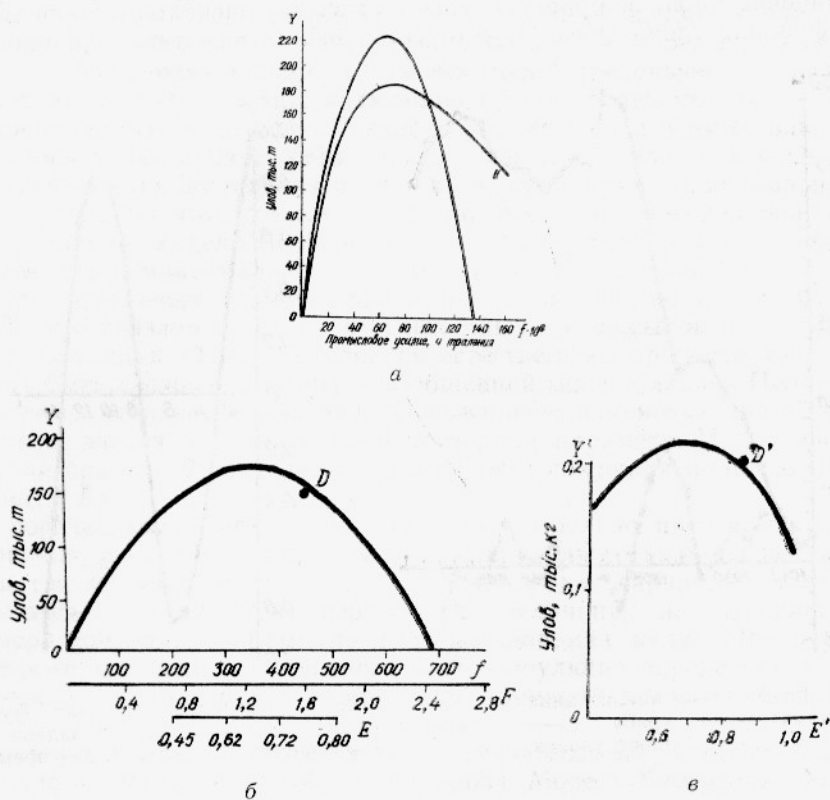


Рис. 5. Зависимости между уловом и промысловым усилием для тихоокеанского хека (а) (I — симметричная кривая, полученная статистической обработкой; II — асимметричная кривая по модели Фокса) и между уравновешенным уловом и интенсивностью промысла по модели Шефера (б) (наши расчеты), а также между уравновешенным уловом на единицу пополнения и степенью эксплуатации по модели Бивертон — Холта (в) [6], по данным промысла салаки Рижского залива ( $Y$  — уравновешенный улов,  $Y'$  — уравновешенный улов на единицу пополнения,  $F$  — промысловая смертность,  $E$ ,  $E'$  — степень эксплуатации,  $D$ ,  $D'$  — точки, соответствующие степени эксплуатации запасов в период 1969—1973 гг.)

Близкие оценки приводят также и зарубежные исследователи, в частности, для тихоокеанского палтуса по модели Шефера, Фокса и Риккера, для тихоокеанского желтоперого тунца по модели Шефера и Бивертон — Холта [17], для атлантического хека по модели Пелла — Томлинсона и Бивертон — Холта [11].

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемая работа намечает некоторый конструктивный подход к индуктивному исследованию результатов работы с математическими моделями по оценке вылова. Предстоит выработка рекомендаций по адек-

ватности моделей и исследуемых процессов, систематизации моделей, границ их практического применения, унифицирования исходной информации для решения задач планирования добычи.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранов Ф. И. К вопросу о биологических основаниях рыбного хозяйства.— «Известия отдела рыбоводства и научно-промысловых исследований», 1918, 1 (2), с. 84—128.
2. Баранов Ф. И. К вопросу о динамике рыбного промысла.— «Бюллетень рыбного хозяйства», 1925, № 8, с. 26—28.
3. Ефимов Ю. Н. и Локшина И. Е. Оценка возможного вылова тихоокеанского хека по данным промысла.— «Рыбное хозяйство», 1977, № 8.
4. Локшина И. Е. Оценка вылова весеннерестующей салаки Рижского залива.— «Рыбное хозяйство», 1973, № 11, с. 26—29.
5. Локшина И. Е. Динамика промысла камчатского краба в Охотском море у западного побережья Камчатки.— Труды ВНИРО, 1974, т. ХСІХ, с. 46—53.
6. Оявеер Э. А., Евтюхова Б. К., Наглис Н. К. Состояние запасов и степень эксплуатации сельди восточного побережья Балтийского моря.— «Рыбохозяйственные исследования СССР и ГДР в бассейне Балтийского моря», 1975, вып. 13, с. 11—20.
7. Beverton, R. J., Holt, S. J. Dynamics of exploited fish populations. Fish. Invest., 1957, Ser. 2, 19, 533 pp.
8. Fox, W. W. An exponential yield model for optimizing exploited fish populations. Trans. Am. Fish. Soc., 1970, 99, 80—88.
9. Graham, M. Modern theory of exploiting a fishery and application to the North Sea trawling. J. Cons. Expl. Mer., 1939, 10, 263—274.
10. Hjort, J. Fluctuations in the year-classes of important food fishes. J. Cons. Explor. Mer., 1926, 1, 1, 5—38.
11. ICSEAF. Sac. 75/S/14, 1975.
12. Pella, J. J., Tomlinson, P. K. A generalized stock production model. Bull. Inter.—Am. Trop. Tuna Comm., 1969, 13, 419—496.
13. Ricker, W. E. Handbook of computations for biological statistics of fish populations. Bull. Fish. Res. Bd. Canada, 1958, No. 1119, 300 p.
14. Ricker, W. E. Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. Ibidem, 1976, No. 191, 382 p.
15. Schaefer, M. B. Some aspects of the dynamics of populations important to the management of the commercial marine fisheries. Bull. Inter. Am. Trop. Tuna Comm., 1956, 1 (2), 27—56.
16. Schaefer, M. B. A study of the dynamics of the fishery for yellowfin tuna in the Eastern Tropical Pacific Ocean. Ibidem, 1957, 2, 6, 247—268.
17. Schaefer, M. B. Fishery dynamics and present status of yellowfin tuna population of the Eastern Pacific Ocean. Ibidem, 1967, 12, 3, 89—136.
18. Silliman, R. P. Advantages and limitations of "yield" fishery models in light of laboratory experiments. J. Fish. Res. Bd. Canada, 1971, 28, 8, 1211—1214.

#### *Application of some mathematical analysis to the fisheries dynamics*

Lokshina I. E.

#### SUMMARY

Quotas and limitations of catches are principle regulatory means of the management. The main theoretical surmises for mathematical models suggested by Schaefer, Fox, Pella and Tomlinson, Beverton and Holt which are based on the concept of an equilibrium yield are presented in a summarized form. Some results of their application are given. The comparative assessment of the MSY made by different methods using the data collected on Baltic herring from the Gulf of Riga, silver hake from the Vancouver—Oregon area, king crab off Kamchatka has yielded nearly similar results.