

УДК 551.463.6.(261)

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДОЛГОПЕРИОДНОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОДЫ В СЕВЕРНОЙ АТЛАНТИКЕ

С. И. Потайчук

Развитие океанологических исследований и накопление в связи с этим новых материалов, а также применение математических методов для обработки и анализа данных гидрологических характеристик позволили существенно расширить наши представления об изменчивости гидрологических условий.

В последние годы установлено существование почти регулярно наблюдающихся вариаций гидрологических условий. В связи с этим спектр временных масштабов фиксируемых изменений расширился от нескольких минут до нескольких десятилетий.

В настоящей работе рассматриваются главным образом данные наблюдений за температурой воды. Отметим, что температура в океане, как и другие гидрологические характеристики, подвержена временной и пространственной изменчивости в широком диапазоне частот. Спектр этой изменчивости — сплошной, поэтому всякое разделение изменчивости по масштабам всегда носит более или менее условный характер. Грубо можно дать следующие градации масштабов пространственно-временной изменчивости:

Градации изменчивости	Характерные масштабы изменчивости	
	временной	пространственной
Макромасштабная	Сезон и более	—
Крупномасштабная	неделя	сотни км
Среднемасштабная	сутки	100 км
Мелкомасштабная	1 ч	1 км
Микромасштабная	1 сек	0,1 м

К макромасштабной временной изменчивости следует отнести сезонные, многолетние и вековые изменения температуры. Говорить о соответствующих пространственных масштабах здесь бессмысленно, но вообще сюда следует отнести изменение среднего поля температуры в океанах в масштабе планеты, что составляет предмет изучения классической океанографии.

Крупномасштабная изменчивость обусловлена атмосферным и океаническим циклогенезом, среднемасштабная — в основном широко

распространенными в океанах приливами, а мелкомасштабная — короткопериодными внутренними волнами. Мелкомасштабные неоднородности связаны с турбулентностью в море.

При изучении пространственно-временной изменчивости температуры основное внимание уделялось изучению изменчивости макро- и крупномасштабной. Такой выбор определялся следующими соображениями.

Во-первых, наиболее полные данные наблюдений за температурой имеются с начала текущего столетия. Они позволяют охарактеризовать многолетние изменения.

Во-вторых, изменчивость в таких масштабах в значительной степени обуславливает изменения температуры в Северной Атлантике, т. е. такие, которые приняты нами за индикатор изменений гидрологических условий.

В настоящей работе анализируются многолетние данные гидрологических наблюдений. Широко использованы также литературные источники, в которых содержатся материалы о многолетних изменениях температуры воды. Результаты наблюдений, представляющие собой числовые ряды значений температуры за разные периоды, подвергались спектральной обработке по принятой схеме.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

В работе использованы данные о среднемесячных аномалиях температуры на поверхности в тринадцати районах Северной Атлантики, полученные Смедом (Smed, 1942—1965) за 90 лет (с 1876 по 1965 г.). При вычислении аномалий Смед пользовался средними многолетними значениями температуры воды для каждого месяца года, взятыми из атласа Рюдера (Ryder, 1917). Для получения среднемесячных значений температуры, необходимых при изучении ее изменчивости, мы произвели вычисления, противоположные вычислениям Смеды, т. е. используя данные Рюдера и Смеды, мы вычислили истинные значения температуры. Отсутствующие за военный период (1940—1945 гг.) сведения были восстановлены при помощи уравнений регрессии по непрерывным данным о температуре воды на Фарерских островах.

Полученные ряды имеют, однако, различную длину, так как наблюдения в указанных районах Северной Атлантики были начаты в разное время (в большинстве районов с 1876 г., в некоторых — с 1881 г.).

В работе использованы также данные наблюдений за температурой воды на кораблях погоды в Северной Атлантике и данные о температуре воды на Кольском меридиане.

ПРИЕМЫ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ДАННЫХ ПО ТЕМПЕРАТУРЕ ВОДЫ

В геофизике очень часто встречаются процессы, представляющие собой функцию времени t и являющиеся суммой множества гармонических компонентов, на которые наложены в общем случае медленно меняющиеся аperiodические функции, а также импульсные составляющие. В целом процесс представляется сложной функцией времени.

На практике исследователю всегда приходится иметь дело с конечными реализациями, обладающими определенной конечной длительностью. Такие реализации, строго говоря, всегда нестационарны, т. е. среднее значение у ряда не остается постоянным, а корреляционная функция, которую мы рассмотрим ниже, зависит от положения интервала, для которого она вычисляется (Пугачев, 1962). Однако применение приемов обработки, о которых пойдет речь, вполне воз-

можно и в этих случаях, если нестационарность невелика, основные характерные особенности процесса поддаются исследованию.

При изучении таких процессов весьма важным является определение периодических компонентов, выделение преобладающих по амплитуде колебаний и определение энергетического спектра.

Рассмотрим один из методов вычисления спектров по дискретным измерениям параметра.

Пусть имеется ряд равноотстоящих величин x ($i=1, 2, \dots, N$) с интервалом выборки между соседними величинами, равным Δt . Длительность ряда составляет время $T=N\Delta t$.

Прежде всего проводится центрирование ряда $x_i = \chi_i - \bar{x}$, где $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ — среднее арифметическое из рассматриваемых величин x_i .

Таким образом, полученные величины x_i являются отклонениями от среднего. Центрирование имеет большое значение, так как корреляционная функция, к рассмотрению которой мы переходим, вычисляется именно по отклонениям от среднего. Заметим, что средняя из центрированных значений ряда всегда равна нулю, а средняя из квадратов центрированных значений есть дисперсия — важная характеристика процесса, указывающая на разбросанность значений случайной величины около среднего арифметического значения ряда (Венцель, 1962).

Вычисление корреляционной функции B_r (Венцель, 1962) производится по формуле:

$$B_r = \frac{1}{N-r} \sum_{i=1}^{N-r} x_i \cdot \bar{x}_{i+r},$$

где $r=0, 1, 2, \dots, m$,
 r — сдвиг корреляционной функции,
 m — ее максимальный сдвиг.

Уже по корреляционной функции можно сделать некоторые выводы о преобладающих периодичностях в процессе.

При $r=0$ корреляционная функция есть дисперсия процесса (Венцель, 1962). Это — максимальное значение корреляционной функции. По мере роста величины r корреляционная функция в реальных процессах спадает и достигает минимума. При дальнейшем увеличении r корреляционная функция снова начинает возрастать, доходя до некоторого максимума, второго по величине после дисперсии. Значение $r=r_*$ при этом соответствует преобладающему периоду, который существует в процессе $\tau_* = r_* \cdot \Delta t$, где τ_* — преобладающий период.

На фоне достаточно крупных по масштабу осцилляций корреляционной функции возможно присутствие мелкомасштабных колебаний, свидетельствующих о присутствии периодичностей следующего масштаба. Величина периода определяется по расстоянию между соседними максимумами таких периодичностей.

Вычисление спектра представляет собой косинус-преобразование корреляционной функции:

$$S_p = 2\Delta t \sum_{r=0}^m \delta_r \cdot B_r \left(1 + \cos \frac{r\pi}{m} \right) \cos \frac{Pr\pi}{m},$$

где P — номер спектральной ординаты — целое число, изменяющееся от 0 до m ,

$$\delta_r = \begin{cases} 0,5 & \text{при } r=0 \\ 1,0 & \text{при } r \neq 0 \end{cases}$$

$1 + \cos \frac{r\pi}{m}$ сглаживающий множитель (Сабинин и Шулепов, 1965; Blackman, Tukey, 1958).

В результате вычисления спектра получаем распределение энергии колебаний по частоте. Безразмерная частота P переводится в размерную посредством формулы: $f = \frac{P}{2m \cdot \Delta t}$, период же определяется из выражения: $\tau = \frac{1}{fP}$.

Наибольшая частота, которую возможно получить на спектре, очевидно, $f_m = \frac{1}{2\Delta t}$; соответственно, наименьший период $-\tau_m = 2\Delta t$. Разрешающая способность спектра по частоте равна $\frac{1}{2m \cdot \Delta t}$, т. е. чем больше m , тем надежнее удастся отделить друг от друга близко лежащие частоты колебаний (Мунк, 1959). Такая зависимость приводит к тенденции увеличения числа m . Однако при обработке ряда конечной длительности T , ординаты спектра определяются со статистическими погрешностями. Погрешность определения оценки спектра находится в обратной зависимости от числа степеней свободы ν (Сабинин и Шулепов, 1965), которое в свою очередь находят из выражения $\nu = \frac{2N}{m}$.

Итак, для уменьшения погрешности в оценке спектра нужно увеличить ν , что при данном N возможно лишь путем уменьшения m . Как видим, эти две тенденции по отношению к числу m противоположны и требуется некоторый компромисс.

Как показывает опыт, при вычислении спектров желательно иметь не менее 10 степеней свободы. При этом доверительные пределы 80-процентной обеспеченности спектральной ординаты составляют 0,49—1,60 (Blackman, Tukey, 1958). Это эквивалентно тому, что при истинном значении спектральной ординаты, равном единице, рассчитанные оценки спектра не выйдут за указанные пределы. В конкретных случаях выбор числа m и связанного с ним числа степеней свободы ν зависит от поставленной задачи.

Спектр S_p дает возможность определить преобладающие периодичности, сопоставить энергию этих периодичностей с энергиями других, имеющих в рассматриваемом процессе в широком диапазоне периодов, практически от $\tau_{\min} = 2\Delta t$ до $\tau_{\max} = 2m \cdot \Delta t$.

Большое значение приобретает спектральный анализ при взаимных расчетах двух процессов x_i и y_i . Последовательность операций при взаимных расчетах такова. После предварительно проведенного центрирования вычисляются взаимные корреляционные функции: $B_{xy, r}$ (с положительным сдвигом) и $B_{yx, r}$ (с отрицательным сдвигом):

$$B_{xy, r} = \frac{1}{N-r} \sum_{i=0}^m x_i \cdot y_{i+r},$$

$$B_{yx, r} = \frac{1}{N-r} \sum_{i=0}^m x_{i+r} \cdot y_i.$$

Взаимные корреляционные функции подчеркивают преобладающие периодичности, участвующие в том и другом процессе, и используются для вычисления взаимных спектров:

$$S_{xy, p} = 2\Delta t \sum_{r=0}^m \delta_r \frac{B_{yx, r} + B_{xy, r}}{2} \left(1 + \cos \frac{r\pi}{m}\right) \cos \frac{Pr\pi}{m} \text{ ко-спектр};$$

$$S_{yx, p} = 2\Delta t \sum_{r=0}^m \delta_r \frac{B_{yx, r} - B_{xy, r}}{2} \left(1 + \cos \frac{r\pi}{m}\right) \cdot \sin \frac{Pr\pi}{m} \quad \text{квadrатурный спектр.}$$

Взаимные спектры позволяют определить весьма важную характеристику — когерентность F_p , являющуюся мерой соколебательности параметра в двух исследуемых процессах,

$$F_p^2 = \frac{S_{xy, p}^2 + S_{yx, p}^2}{S_x \cdot S_y}.$$

Когерентность F_p может принимать значения от 0 до 1, причем большие ее значения соответствуют большей связанности двух процессов на данной частоте p . Доверительный предел 95%-ной обеспеченности для когерентности определяется из выражения $\frac{2}{\sqrt{v}}$.

По известным взаимным спектрам вычисляется сдвиг фаз между колебаниями определенной частоты p в процессе y и в процессе x :

$$\Delta\varphi_p = \varphi_{y, p} - \varphi_{x, p} = \arctg \frac{S_{yx, p}}{S_{xy, p}}.$$

Эта характеристика при определенных условиях — наличии, например, трех точек A , B и C в пространстве, в которых получены реализации процессов x , y и z — дает возможность найти направление и длину волны колебания данной частоты, если при том известно взаимоположение упомянутых точек и вторая разность фаз.

Например, пусть проведены наблюдения за каким-либо меняющимся во времени параметром T в точках A , B и C . Пусть колебания параметров в рассматриваемых точках обусловлены прохождением через эти точки синусоидальных волн различных периодов и различных направлений, причем у волны определенного периода фазовая скорость и направление мало отличаются от постоянного периода за все время наблюдений. В этом случае, зная из взаимного анализа рядов разности фаз $\Delta\varphi$ для определенной преобладающей периодичности, а также местоположение точек A , B и C , можно найти направление и длину искомой волны, решая систему уравнений:

$$\Delta\varphi_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = AB_x \cdot K_x + AB_y \cdot K_y,$$

$$\Delta\varphi_{BC} = \varphi_B - \varphi_C = BC_x \cdot K_x + BC_y \cdot K_y,$$

где AB_x , AB_y , BC_x и BC_y — проекции расстояний AB и BC на оси x и y (параллель и меридиан),

K_x и K_y — проекции волнового числа K на те же оси.

Волновое число K находится по полученным проекциям просто:

$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2}.$$

Направление волны определяется из выражения:

$$\theta = \arctg \frac{K_x}{K_y}.$$

Длина волны есть величина, обратная волновому числу $\lambda = \frac{1}{K}$.

И, наконец, фазовую скорость волны находим из выражения $C = \frac{\lambda}{\tau}$, где τ — период.

При исследовании случайных процессов большой интерес представляют структурные функции. Структурной функцией процесса x_i называется функция D_r , определяемая равенством

$$D_r = \frac{1}{N-r} \sum_{i=1}^{N-r} (x_{i+r} - x_i)^2,$$

где $N-r$ — интервал осреднения,
 r — сдвиг структурной функции.

Эта функция столь же важна при изучении колебательных процессов, как и корреляционная функция (Монин и Яглом, 1962). Структурная функция всегда неотрицательна, четна и удовлетворяет условию $D_0=0$.

По насыщениям структурной функции, т. е. по ее максимумам можно определить преобладающие периоды, содержащиеся в процессе. При этом заметим, что структурная функция находится с меньшей ошибкой, чем корреляционная функция B_r . Это объясняется тем, что при переходе к разностям $x_{i+r}-x_r$ взаимно сокращаются наиболее долгопериодные спектральные компоненты процесса, которые вызывают наибольшие ошибки, если эти периоды больше времени осреднения (Монин и Яглом, 1962).

Таким образом, структурные функции являются достаточно хорошей интегральной характеристикой исследуемых реализаций, позволяющей судить о наличии или отсутствии периодичностей соответствующих масштабов и об амплитудах этих периодичностей.

Самые хорошие результаты могут быть получены при расчете скользящих структурных функций. Отметим, что наибольший эффект от такого метода можно ожидать при умелом выборе величины промежутка, по которому рассчитываются структурные функции. Для точного расчета структурной функции величина промежутка (участка) должна быть, по крайней мере, в пять раз больше ее максимального сдвига. Величина же сдвига должна превышать половину длины преобладающей периодичности для уверенного выделения структурной функции.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ИЗМЕНЧИВОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОДЫ

Мы вычислили спектры, когерентности и разности фаз колебаний температуры воды для различных районов Северной Атлантики. Расположение стандартных районов показано на рис. 1. На рис. 2 представлены спектральные плотности для района «J» и «H». Отметим, что спектры колебаний температуры для других стандартных квадратов и для Кольского меридиана аналогичны соответствующим характеристикам колебаний, приведенным на рис. 2.

Всем спектрам свойственна одна особенность — в левой части спектра пики свидетельствуют о наличии достаточно заметной энергии колебаний температуры в среднем на периодах 10—12 лет, 4—5 лет и около 2 лет, в правой части отмечается пик с годовым периодом, энергия которого значительно больше, но вполне сопоставима с энергией пиков в левой части спектра. Другой особенностью является соответствие пиков спектральной плотности с заметной энергией, полученное для различных районов Северной Атлантики.

Величины разности фаз колебаний температуры в этих районах, отмеченные у пиков когерентности, практически незначительны, что указывает практически на отсутствие сдвига в многолетних колебаниях температуры воды в исследуемых районах. Выделяющиеся по своей энергии пики, характеризующие отмеченные выше колебания темпера-

туры, вполне реальны. Это подтверждается тем, что величины этих пиков выходят за пределы доверительного интервала.

Остальные пики на спектрах можно считать несущественными, так как они незначительны по величине и не выходят за пределы довери-

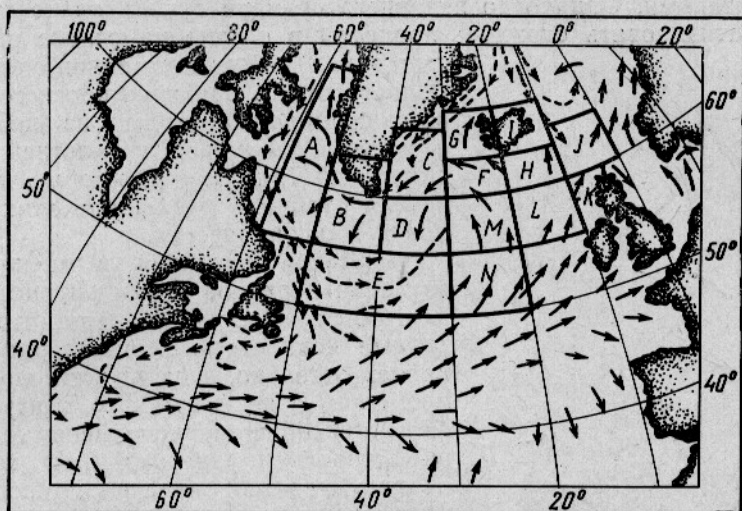


Рис. 1. Расположение стандартных районов.

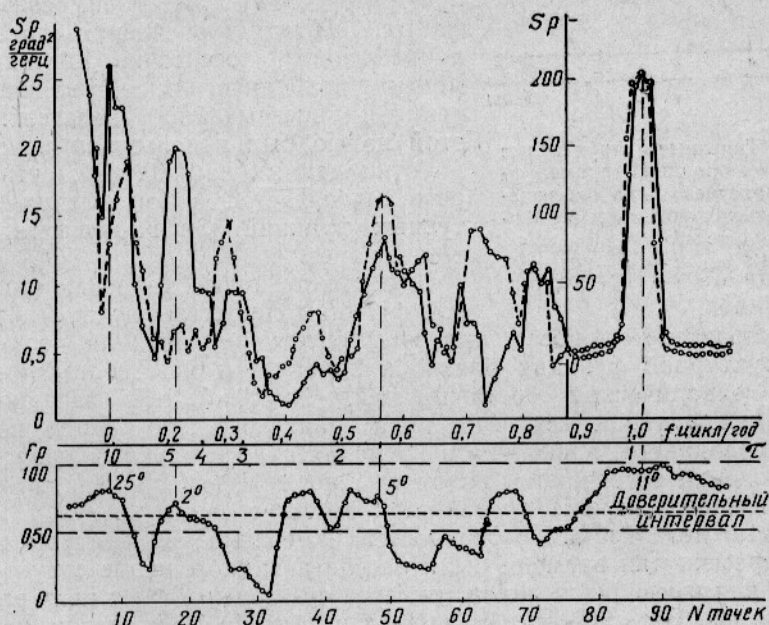


Рис. 2. Функции спектральной плотности колебаний температуры воды в районах Северной Атлантики:

сплошная линия — район «Л», пунктир — район «Н». Цифры у пиков когерентности обозначают сдвиг фаз между изменениями температуры определенной частоты.

тельного интервала. При этом следует подчеркнуть, что отмеченные периоды, конечно, не являются единственными, а лишь выделяются из всего набора периодичностей. Поэтому спектральные пики на многолет-

них периодах не всегда вполне достоверны и некоторые из них проявляются не во всех квадратах.

Отдельные закономерности в многолетних изменениях температуры воды, изложенные выше, отмечались и раньше как нами, так и другими исследователями. Однако до недавнего времени существовало стремление схематизировать сложные процессы в океане на основе выявленных одной, реже двух закономерностей.

В частности, в практике прогнозов чаще всего стремились исходить из замеченной в природе 11-летней и 5-летней периодичности. При этом некоторые исследователи отрицали реальность этих периодов в макропроцессах.

Причина различия в мнениях при изучении периодов в макропроцессах заключается, возможно, в том, что выявленные конкретные периоды рассматривались отдельно, а не во всей сложности процесса. Дело в том, что в изучаемом явлении одновременно изменяются и периодичность и энергия (под энергией подразумевается величина, пропорциональная квадрату амплитуды колебаний), и исследователь одновременно воспринимает оба этих взаимосвязанных фактора. Поэтому расчленив последние и представить достаточно наглядно изменение периодических составляющих во времени чрезвычайно желательно. С этой целью был использован прием обработки данных наблюдений, суть которого заключается в вычислении структурных функций для имеющихся рядов температуры воды.

Осциллирующий характер структурной функции свидетельствует о периодическом характере процесса, при этом расстояние от нуля до первого пика структурной функции близко к половине длины волны преобладающей периодической составляющей. Вместе с тем известно, что структурная функция для всего ряда дает большое осреднение, не всегда оправданное, поскольку в пределах относительно большого числа наблюдений встречаются различные промежутки времени, отличающиеся изменениями исследуемой характеристики.

С целью детализации особенностей изменений температуры в различные промежутки времени были рассчитаны скользящие структурные функции для имеющихся рядов температуры воды. Расчет вели следующим образом. Весь 90-летний ряд был разбит на 70 участков, которые выбирали последовательным наложением 20-летнего интервала на исследуемый ряд с шагом в один год и, следовательно, с перекрытием в 19 лет. Для каждого участка рассчитывали структурную функцию, причем максимальный сдвиг τ был равен 15.

Анализ полученной серии структурных функций приводит к интересным результатам. Все структурные функции, за исключением тех, которые относятся к среднему участку исследуемых реализаций, указывают на существование хорошо выраженных периодичностей.

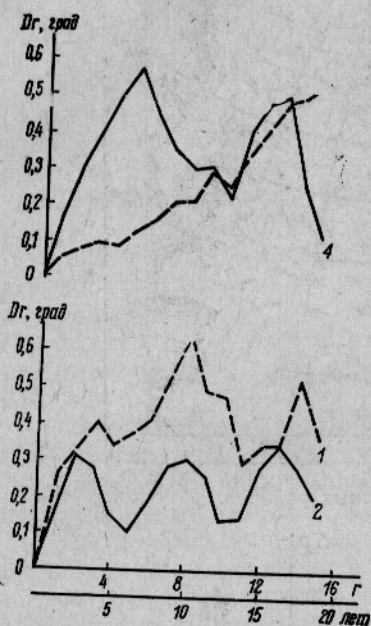


Рис. 3. Типичные структурные функции однородных промежутков для 90-летнего ряда наблюдений за температурой воды в районе «J»:

1 — 1880—1895 гг.; 2 — 1900—1925 гг.;
3 — 1928—1938 гг.; 4 — 1940—1953 гг.

Главная особенность, выяснившаяся при анализе, оказалась в том, что на различных временных участках 90-летнего ряда наблюдений преобладают разные периодичности, причем энергия этих периодичностей также сильно изменяется во времени. На рис. 3 показаны типичные структурные функции для различных временных участков в районе «J».

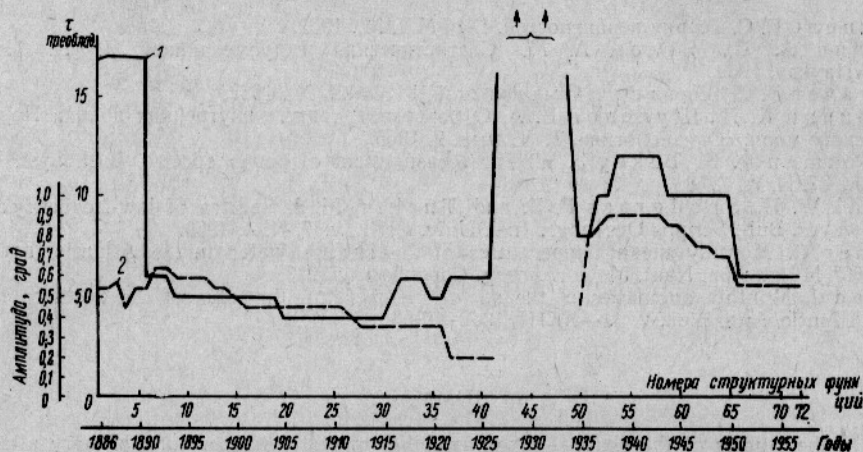


Рис. 4. Изменение преобладающих периодичностей колебаний температуры воды в районе «J»: сплошная линия — τ — преобладающая, пунктир — амплитуда в градусах.

Рис. 4 дает представление об изменениях величин преобладающих периодичностей и их амплитуд для района «J». По оси абсцисс отложены номера структурных функций и годы, означающие центры 20-летних участков, к которым относятся соответствующие структурные функции. Качественный анализ этих линий позволяет выделить несколько характерных участков. В частности, хорошо различаются участки преобладания 4—6-летних (1—40, 65—70) и 10—12-летних периодичностей (51—64). На других участках намечается значительно большая периодичность.

Оценка амплитуд 5-летних колебаний показала, что они могут достигать $0,7^\circ$, а 10—12-летние колебания могут иметь амплитуду до $0,9^\circ$. Эти величины сопоставимы с сезонными ($2-3^\circ\text{C}$) и полугодовыми ($0,5^\circ\text{C}$) колебаниями температуры в исследуемых районах.

Следует отметить, что амплитуды не остаются постоянными. Так, с конца восьмидесятых годов XIX столетия и до начала XX столетия амплитуды 5—6-летних колебаний достигали $0,7^\circ$, затем величина их заметно уменьшалась и во второй четверти XX столетия составляла лишь $0,2^\circ$. Заметно изменение амплитуд и для 10—12-летних колебаний. Изменением амплитуды многолетних периодичностей во времени, по-видимому, объясняется относительно слабая выраженность этих периодичностей на спектрах, рассчитанных за всю 90-летнюю реализацию, несмотря на то, что амплитуда этих колебаний в отдельные промежутки времени достигает больших значений.

Заключение

Изложенные приемы и результаты статистической обработки данных о температуре воды позволяют всесторонне анализировать изменчивость температуры. В отличие от традиционных методов применение

спектрального анализа позволяет устанавливать сложные взаимосвязи между изменениями температуры в различные промежутки времени и оценивать их роль в общем спектре изменений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Венцель Е. С. Теория вероятностей. ГИФМЛ. М., 1962.
Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. II. Изд-во «Наука», 1962.
Пугачев В. С. Теория случайных функций. ГИФМЛ. М., 1962.
Сабинин К. Д., Шулепов В. А. О короткопериодных внутренних волнах Норвежского моря. «Океанология». Т. V. Вып. 2, 1965.
Blackman R. B., Tukey J. W. The measurement of power spectra. Bull. Syst. Tech. J., 37, N. Y., 1958.
Munk W. H., Snodgrass F. E. and Tucker M. J. Spectra of low-frequency ocean waves. Bull. Scripps Oceanogr. Inst. Univ. Calif., v. 7, N. 4, 1959.
Ryder C. Monthly mean temperatures of the surface water in the Atlantic, north of 50° N Lat. App. Naut. Meteor. Arbog. Copenhagen, 1917.
Smed J. Monthly anomalies of the surface temperature in areas of the northern North Atlantic. Ann. Biol., v. II—XXIII, 1942—1965.

SUMMARY

In the studies of the space—time variability of water temperature, primary attention has been given to large—scale variations. Use has been made of Smed's data on the monthly mean surface temperature in 13 standard squares of the North Atlantic.

Spectres, errors and phase differences of temperature variations have been calculated. Besides seasonal peaks, the spectres and coherence curves show peaks of significant energy for periods of about 1; 2; 4; 5; 10; 12; 30—35 years. The phase differences of all fluctuations, except for seasonal and half—year ones, are approximating the zero.

Structural functions have been calculated from annual mean temperatures. It has been found that within various intervals of the 90—year period of observations various periodicities prevail: from 1880 to 1910, the five—year periodicity was predominant, which up to the forties was followed by 11— and 30—year periodicities. In the fifties, 10— and 12—year periodicities were well expressed, at the end of the sixties they were replaced by the 5—year periodicity. The amplitude of these fluctuations has been estimated to be 0,7—0,9°, which correlates with seasonal (2—3°) and half—year (0,5°) fluctuations.