

**Совместная российско-норвежская модель
для оценки запаса атлантическо-скандинавской сельди
и перспективы ее развития**

Д.А. Васильев, А.И. Михайлов (ВНИРО)

**Joint Russian-Norwegian model
for Atlanto-Scandinavian herring stock assessment
and perspectives of its further development**

D.A. Vasilyev, M.I. Mikhailov (VNIRO)

Введение

В последнее десятилетие для оценки состояния запаса атлантическо-скандинавской (норвежской весенне-нерестующей) сельди использовались два подхода. Первый из них основывался на применении модели «оценки запасов с адаптивным использованием результатов съемок и данных мечения» (Stock Estimation with Adjustable Survey observation model and Tag-Return data – SEASTAR), созданной сотрудником Института морских исследований (Institute of Marine Research (IMR), г. Берген, Норвегия) С. Тельмеланом [Tjelmeland, 2004; Rottingen and Tjelmeland, 2003; Tjelmeland and Lindstrom, 2005]. Второй подход, привнесенный российской стороной, базировался на группе специальных интегральных моделей анализа запасов, получившей название «Моделей прямого сепарабельного анализа виртуальных популяций» (Instantaneous Separable Virtual Population Analysis, ISVPA) включая и расширенную версию TISVPA [Vasilyev, 2005; 2006], разработанных автором настоящей статьи. Отличительной чертой нашего подхода является обеспечение робастности анализа, что позволяет полнее извлекать информацию из значительно зашумленных данных. Модели группы ISVPA включают в себя различные приемы, помогающие работать с данными реального (т.е. достаточно низкого) качества. Среди них: робастные целевые функции, возможность целенаправленного обеспечения несмещенности решения, независимость оценок возрастной зависимости относительной селективности промысла от выбора пользователем ее формы, применение различных опций относительно взаимной справедливости предположений о качестве данных по возрастному составу уловов и устойчивости селективных свойств промысла, возможность исключения влияния межгодовых изменений в коэффициентах улавливаемости съемок на результаты анализа и др.

Материалы и методика

Упомянутые выше два подхода и полученные с их использованием результаты многократно обсуждались на Рабочих группах Международного совета по исследованию моря (ИКЕС), на Встречах стран, имеющих статус прибрежных относительно запасов сельди, а также на Сессиях Комиссии по рыболовству в Северо-Восточной Атлантике (НЕАФК). В результате обсуждений был сформулирован запрос к ИКЕС с просьбой вынести суждение о предпочтительности того или иного подхода для оценки запасов сельди. Вынести однозначное заключение не удалось, поскольку оба подхода оказались методологически и статистически корректными, однако статистическая основа моделей была принципиально различной: модель SeaStar основывалась на классических статистических методах, а модель ISVPA включала в себя подходы робастной статистики. Наконец, по особой рекомендации промышленности, было предписано разработать новую совместную согласованную модель, которая бы включила в себя наилучшие свойства норвежской и российской моделей. Таким образом, именно рыбохозяйственные менеджеры инициировали работы по важной и сложной научной проблеме: совместить и применить в рамках моделей для оценки запасов такие направления, как робастность анализа, являющуюся объектом рассмотрения неклассической статистики, а также более традиционные подходы классической статистики. В результате Норвегия и Россия достигли согласия в необходимости проведения работ по данной тематике в рамках совместного научного проекта.

Отметим, что иногда считается, что традиционные сепарабельные модели являются излишне структурно жесткими для описания запасов с сильными колебаниями численности пополнения, таких как норвежская весенне-нерестующая сельдь. Рассмотрению этого аспекта была посвящена разработанная автором настоящей статьи версия модели, названная TISVPA (Triple Instantaneous Separable VPA). Вкратце, этот вариант модели представляет коэффициенты промысловой смертности (точнее — коэффициенты эксплуатации) в виде произведения трех параметров: $f(\text{year}) \times s(\text{age}) \times g(\text{cohort})$, т.е. дает возможность оценить в рамках когортной модели дополнительный набор параметров, связанных с поколением. Этот дополнительный набор параметров позволяет адаптировать традиционное сепарабельное представление промысловой смертности (как произведение зависящего от года компонента и компонента, зависящего от возрастной группы) к ситуациям, когда некоторые поколения могут иметь особенности в своем взаимодействии с промысловыми флотами, вызванные, например, их различным пространственным распределением, большей притягательностью для промысла более многочисленных поколений или другими причинами.

Упомянутые выше зависящие от поколения множители (g-факторы) могут быть оценены и применены не только для всего интервала возрастных групп, включенных в модель, но и для некоторого выбранного возрастного «окна». Это помогает, во-первых, быть ближе к реальной ситуации (если известно, что только некоторый диапазон возрастных групп может иметь зависящие от численности поколения особенности во взаимодействии с промыслом) и, во-вторых, снизить влияние возрастных групп, данные по возрастному составу уловов для которых имеют более низкое качество (обычно — самые младшие или старшие возрастные группы).

Относительно связанных с поколением особенностей в общей возрастной зависимости селективных свойств промысла в модели предусмотрены два варианта:

- 1 — подмодель внутригодового перераспределения промыслового усилия между возрастными группами;
- 2 — подмодель, соответствующая ситуации увеличения или снижения селективности для отдельных возрастных групп относительно среднемноголетних величин.

В рамках первой подмодели предполагается, что в каждом году поколения, более «притягательные» для промысла, «заимствуют» некоторое количество промыслового усилия у других поколений за счет увеличения их коэффициента селективности и снижения коэффициентов селективности других когорт в данном году.

Вторая подмодель предполагает, что некоторые поколения имеют более высокие (или низкие) коэффициенты селективности, но это не приводит к непосредственным изменениям коэффициентов селективности для других поколений.

Также, как и в модели ISVPA, процедуры оценки параметров модели TISVPA основаны на принципах робастной статистики, что помогает снизить влияние ошибок (шума) в данных на результаты анализа и содержит аналогичные модели ISVPA опции относительно статистического значения решения и использования дополнительной информации.

Хотя модель TISVPA была признана значительным шагом в решении основной проблемы, возникающей при использовании сепарабельных моделей, следует отметить, что наибольшие расхождения между результатами моделей ISVPA и SeaStar наблюдались в оценках пополнения последнего года анализа, т.е. в оценках численности тех поколений, которые только что вышли из Баренцева моря и готовы пополнить промысловый запас в Норвежском море. Для этих поколений данных по уловам в более старших возрастах отсутствуют, что затрудняет для них оценку зависящих от поколения g -факторов. По этой причине было бы важно иметь независимую модель для уловов как функции численности эмигрирующего поколения [Vasilyev, Tjelmeland, 2007].

С другой стороны, Модель SeaStar [Tjelmeland, 2004] изначально предназначалась для оценки запаса сельди путем настройки трендов в численности на тренды в рядах наблюдений. Программа включала в себя всю обычную диагностику, а также элементы, отсутствующие в явном виде в других программах, например, анализ чувствительности, проводящийся путем удаления того или иного компонента из функции правдоподобия и новой прогонки модели. Эти процедуры помогали выделить те точки, которые дают наибольший вклад в функцию правдоподобия. Модель наблюдений для съемок являлась гибкой: была предусмотрена возможность использовать нормальное, логнормальное и гамма-распределения ошибок.

Однако к сожалению, функции правдоподобия, как классические, так и более сложные, исключительно не робастны. Так, например, Чен и Фурнье [Chen, Fournier, 1999] напоминают, что при использовании функций правдоподобия данные обычно анализируются так, как если бы они были нормально, однозначно и независимо распределены. Очевидно, что первые два предположения часто не выполняются в рыбохозяйственных исследованиях. На самом деле в рыбохозяйственных исследованиях распределения данных с большой вероятностью оказываются островершинными и/или загрязненными случайными плохими наблюдениями, приводящими к появлению так называемых аутлаеров (резко выделяющихся значений). В работе показано, что наличие аутлаеров может вызвать сильную смещенность апостериорных распределений. Высокая вероятность наличия аутлаеров в данных, используемых для рыбохозяйственных исследований, приводят к низкой ненадежности апостериорных распределений, что, в свою очередь, может приводить к ошибочным оценкам динамики запасов и, следовательно, к принятию неприемлемой стратегии в управлении рыбными ресурсами.

Кадиган и Маерс [Cadigan, Myers, 2001] исследовали результаты использования двух функций максимального правдоподобия для оценивания параметров когортных моделей. Эти функции правдоподобия соответствовали гипотезам о логнормальном или гамма-распределении индексов размерного состава запаса. С использованием имитационного моделирования ими показано, что в обоих случаях возможна значительная смещенность результатов, однако их результаты говорят о том, что использование гамма-распределения может приводить к меньшему смещению даже если действительное распределение индексов было логнормальным.

Вообще говоря, для преодоления неробастности классических функций правдоподобия могут применяться следующие подходы:

- использование классических распределений с утяжеленными хвостами (для более хорошего описания аутлаеров);
- использование смешанных распределений;
- использование экзотических исключительно гибких распределений.

Множество робастных распределений обобщено, например, в работе [Passarin, 2004], включая распределения в форме степенных рядов, расширенные степенные распределения, распределение Стьюдента, а также эллиптическое распределение, рассматриваемое как семейство симметричных распределений, включающее в себя, в том числе, нормальное распределение и распределение Стьюдента.

В целом, эта группа распределений имеет своей целью лучше описать большие ошибки в наблюдениях. Однако остается неясным, позволяет ли это заметно снизить влияние аутлаеров на решение. Хампель [Hampel, 2002] подчеркивает, что наиболее обычным встречаемым в практике путем все же является замена исходной параметрической модели (например, нормальной) на другие более сложные специальные модели. Однако эти модели, строго говоря, столь же нереалистичны, как и исходная модель. Если, как это часто и происходит, эти модели интуитивно выбраны достаточно хорошо, они могут оказаться применимы в окрестностях исходной модели, но это можно проверить только с использованием теории робастности.

Другая группа подходов заключается в конструировании квази-функций правдоподобия на основе снижения влияния «плохих точек» [М-оценки и др. см., например, Hampel et al., 1986]. Но если модель одновременно включает в себя ряд различных квази-функций правдоподобия с искусственно сниженным влиянием некоторых точек, возникает проблема взаимного взвешивания информации из различных видов данных.

Хампель [Hampel, 2002] указывает также, что адепты байесовского анализа могут быть приверженцами исходных простых моделей ошибки и не модифицированных функций правдоподобия, обладающих все-таки некоторой робастностью. В этом случае рекомендуется заменить наиболее экстремальные наблюдения на псевдо-наблюдения, ведущие себя в соответствии с идеальной моделью. Эта рекомендация представляется очень полезным указанием направления, поскольку этот прием в большинстве случаев реализовать легче, чем конструировать экзотические функции правдоподобия, а потом доказывать, что они реально помогли справиться с аутлаерами. Существует множество способов нахождения аутлаеров и последующего выполнения с ними некоторых преобразований. Одним из наиболее простых методов является α -винзоризация [Huber, 1981] и процедуры, построенные на ее основе. К сожалению, процедура классической α -винзоризации сама по себе не является робастной, поскольку она основана на такой неробастной мере масштаба разброса, как стандартное отклонение. Однако не столь сложно создать более робастную и эффективную процедуру винзоризации [Vasilyev, 2004] на основе, например, так называемого правила «X-84», предложенного Хьюбером [Hampel et al., 1986]. Для модельного набора данных, содержащего 5 % аутлаеров (типичная ситуация), было показано [Vasilyev, 2004], что эта более робастная процедура винзоризации дает примерно вдвое большее улучшение результатов по сравнению с классической процедурой.

Следует отметить также, что, применяя процедуры итеративного выделения и «улучшения» аутлаеров, важно иметь достаточно хорошее начальное решение, т.е. решение полученное по всем исходным данным. В противном случае процедура может пойти в ложном направлении. Следовательно, модель должна быть сама по себе достаточно робастной, чтобы ее можно было применить ко всем данным, включая еще не выявленные аутлаеры.

Результаты и обсуждение

Как было показано выше, для оценки запаса сельди (и не только сельди) требовалась модель, которая была бы внутренне достаточно робастной для того, чтобы обеспечить получение разумных оценок с использованием данных реального (часто сомнительного) качества как стартовой точки для дальнейшего применения статистических процедур «улучшения» данных (свойство моделей группы ISVPA-TISVPA), а также позволяла проводить статистически корректную интеграцию информации из всех имеющихся видов данных с помощью функций правдоподобия (свойство модели SeaStar). Такой общий методический подход со-

здания модели, предложенный нами, обсуждался на двух встречах российской и норвежской исследовательских групп и не встретила возражений, однако решено было пойти дальше [Report, 2006] и создать гибкую расширенную модель, которую можно было бы в дальнейшем использовать для оценки и других запасов. В первую очередь, в модель включаются элементы, необходимые для оценки запаса сельди; элементы, в меньшей степени относящиеся к сельди, но потенциально полезные для оценки запасов других объектов, предполагалось включить позднее.

В работах в рамках проекта с российской стороны вместе с автором настоящей статьи участвовала группа специалистов ФГУП «ВНИРО» (к.б.н. В.М. Борисов, д.ф.м.н. Т.И. Булгакова и к.т.н. Ю.Н. Ефимов) и ФГУП «ПИПРО» (к.б.н. С.В. Беликов и к.б.н. А.И. Крысов). Работы с норвежской стороны возглавлял сотрудник IMR Д. Скаген.

Итогом трехлетних совместных работ явилось создание согласованной российско-норвежской модели для оценки запасов сельди и других видов, получившей название «Пакета программ для оценки запасов с возрастной структурой с использованием данных по уловам и съемкам» (TASACS – A Toolbox for Age-structured Stock Assessment using Catch and Survey data), завершенная и представленная на Рабочей группе ИКЕС по оценке состояния запасов в сентябре 2008 г. Модель была одобрена Рабочей группой и использована в качестве основной модели для оценки запаса и ОДУ сельди. Полученная с использованием результатов применения модели TASACS оценка ОДУ на 2009 г., составившая 1643 тыс. т, была утверждена Группой по подготовке рекомендаций (Advisory Drafting Group) ИКЕС и использована при разделе ОДУ сельди на национальные квоты на ежегодной Сессии НЕАФК (ноябрь 2008). При этом квота России на 2009 г. выросла до 210,6 тыс. т.

Модель TASACS является достаточно универсальной и открытой для дальнейшего совершенствования, что позволяет применять ее для оценки состояния значительного количества других запасов. Предложения по применению модели для оценки запасов путассу, скумбрии и других объектов промысла в Северо-Восточной Атлантике уже выдвигались.

Теперь остановимся на некоторых перспективах развития модели. В настоящее время практически любая когортная модель или может использоваться в прогностическом варианте сама по себе, или имеет прогностический блок, расчеты в рамках которого выполняются на основе параметров системы запас-промысел, оцененных в рамках ретроспективного анализа. В этом смысле модель TASACS не является исключением и содержит достаточно традиционный прогностический блок, позволяющий на дискретной основе выполнить прогнозные расчеты с учетом неопределенностей в оценках параметров модели. Однако отметим, что для адекватного учета неопределенностей необходимо задание вида и параметров статистических распределений ошибок (отклонений) для весьма большого количества параметров: оценок возрастного распределения численности в терминальный год (стартовых оценок для прогнозных расчетов), оценок селективности, естественной смертности, параметров зависимости «запас-пополнение» и других. Вид и параметры распределений оцениваются на основе модельного описания ретроспективных данных, однако чаще всего общую совокупную ошибку модельного описания трудно или невозможно распределить по ее источникам, вернее, по параметрам, используемым в прогнозных оценках. В этом смысле интересной может представляться переформулировка задачи, которая бы позволила непосредственно работать с интегральными ошибками, обоснованно приписанными к какому-либо из ключевых параметров. Рассмотрим такую возможность с использованием непрерывного описания процесса, которое представляет больше возможностей для аналитических выводов.

Рассмотрим системы уравнений уравнения Мак-Кендрика – фон Фёрстера (1) и системы таких уравнений:

$$\partial_{t+a} N = -(M + F)N; N, M, F \in C^1(R_+ \times R_+), \quad (1)$$

$$N(t,0) = \Phi\left(\int_0^{+\infty} \alpha(t,\tau)N(t,\tau)d\tau\right), \quad (2)$$

$$N(0,a) = N_0(a). \quad (3)$$

Уравнение (1) было впервые получено Мак-Кендриком в 1926 г. [McKendrick, 1926], а затем «переоткрытого» фон Ферстером в 1959 г. [Forster, 1959].

Биологический смысл этих уравнений — динамика популяции с возрастной структурой. Здесь N — плотность распределения численности, M — поле естественной смертности, F — поле промысловой смертности, имеющее смысл управления. Уравнение граничных условий (2) выражает зависимость запас-пополнение. Существует два типа задач — решение задачи Коши для, т.е. использование когортной модели в режиме прогнозирования, и задача стохастической интерполяции, заключающейся в восстановлении неизвестных полей $N(t,a)$ и $Z(t,a) = M(t,a) + F(t,a)$ по известным значениям уловов $C(t,a)$.

Для начала рассмотрим задачу прогнозирования. Если бы граничные условия задавались обычным образом, аналогично начальным условиям (4–5),

$$N(0,\tau) = N_b(\tau), \quad (4)$$

$$N(\tau,0) = N_0(\tau), \quad (5)$$

то существование и единственность решения была бы очевидной, поскольку решение определялось бы формулами (6–7):

$$N(D) = VN(\partial D), \quad (6)$$

$$V(t,\tau) = \exp\left(-\int_{-\min(t,\tau)}^0 Z(t-\xi,\tau-\xi)d\xi\right), \quad (7)$$

где $N(\partial D)$ — значение функции N на границе области $D = R_+ \times R_+$, где $a Z = M + F$. Таким образом, необходимо показать что граничное условие (4) однозначно определяется уравнениями (1–2). Нетрудно видеть, что эти условия эквивалентны однозначной разрешимости интегрально-алгебраического уравнения (8)

$$N(t,0) = \Phi\left(\int_0^{+\infty} \alpha(t,\tau)V(t,\tau)N(\partial D)d\tau\right). \quad (8)$$

Уравнение (8) можно интерпретировать как уравнение динамики пополнения (9):

$$\Phi^{-1}(r(t)) = \int_t^{+\infty} \alpha(t,\tau)V(t,\tau)N_0(\tau)d\tau + \int_0^t \alpha(t,\tau)V(t,\tau)r(\tau)d\tau. \quad (9)$$

Заметим, что в левой части уравнения (9) стоит, вообще говоря многозначная функция, в свете чего вывод об однозначной разрешимости уравнения представляется весьма неочевидным. Упростив обозначения, запишем:

$$\Phi^{-1}(r(t)) = s(t) + \int_0^t K(t,\tau)r(\tau)d\tau; \quad (10)$$

$$s(t) = \int_t^{+\infty} \alpha(t,\tau)V(t,\tau)N_0(\tau)d\tau; \quad (11)$$

$$K(t,\tau) = \alpha(t,\tau)V(t,\tau), \quad (12)$$

где $s(t)$ — численность изначально заданных поколений в запасе, а

$$\int_0^t K(t,\tau)r(\tau)d\tau$$

вклад пополнения за время t в запас.

Таким образом, исходные уравнения можно интерпретировать как операторные уравнения или в некотором пространстве функций, заданных на полупрямой

$$r = \hat{K}^{-1}(\Phi^{-1}(r) - s); \quad (13)$$

$$r = \Phi(s + \hat{K}r). \quad (14)$$

Для того чтобы доказать существование и единственность решения, можно попытаться применить принцип сжимающих отображений к любому из уравнений. Ознакомится с принципом сжимающих отображений можно в любом стандартном курсе функционального анализа, например [Колмогоров, Фомин, 2004].

Теперь перейдем ко второй задаче, в каком-то смысле более важной, поскольку оценка состояния с необходимостью предшествует прогнозу.

Сузив уравнение (1) на характеристику $t - a = const$ и решив его методом вариации постоянной, получим, что основное соотношение (1) когортной модели переписется в интегральной форме (16):

$$N(t, a) - N(t+T, a+T) \exp\left(\int_0^T M(t+\eta, a+\eta) d\eta\right) = \int_0^T N(t+\xi, a+\xi) \exp\left(\int_0^\xi M(t+\eta, a+\eta) d\eta\right) d\xi. \quad (15)$$

Таким образом, поле численностей легко восстанавливается по уловам, если известно поле смертностей, иными словами, именно поле смертностей является основной переменной задачи интерполяции. Ошибку в матрице уловов удобно представить в мультипликативной форме, поскольку истинная и оценочная матрица уловов являются неотрицательными величинами, и тогда мультипликативную ошибку в уловах можно будет интерпретировать как аддитивную ошибку в естественной смертности. Теперь мы можем выписать связывающее наблюдаемое распределение по уловам с пополнением и полем смертности уравнение наблюдений (16), где $Z(t, a) = M(t, a) + F(t, a)$ интерпретируется как случайная величина.

$$C(t, a) = F(t, a)N(t - a, 0) \exp\left(-\int_0^a Z(t - a + \eta, \eta) d\eta\right). \quad (16)$$

Обозначим логарифмическую производную уловов по характеристике как

$$\zeta \equiv \partial_{t+a}(\ln C(t, a)). \quad (17)$$

Теперь, если мы привлечем гипотезу о сепарабельности промысловой смертности, можно получить выражение (18) для естественной смертности через селективность $S(\xi)$, усилие $E(t)$ и поле уловов.

$$M(\tau, \xi) = (\ln S(\xi)) + (\ln E(\tau + \xi))' - S(\xi)E(\tau + \xi) - \zeta'(\tau, \xi). \quad (18)$$

Здесь мы обозначили как τ индекс поколения, а как ξ координату вдоль характеристики, т.е. возраст данного поколения. Формула (18) позволяет получить набор реализаций естественной смертности для каждой когорты как случайного процесса, минимизируя отклонения которого от некоторой постоянной величины мы получаем оценки селективности и усилия, если ряд значений последнего неизвестен. Отклонения от оценок естественной смертности можно в дальнейшем использовать в стохастическом прогнозировании динамики запаса.

Заключение

В рамках Рабочих групп Международного совета по исследованию моря (ИКЕС), для оценки состояния запасов промысловых видов рыб в Северо-Восточной Атлантике используется достаточно широкий спектр моделей, основанных на различных подходах и статистических принципах. Многие из этих моделей в значительной степени устарели и используются в настоящее время, главным образом, по инерции. По этой причине разброс оценок, и соответственно, позиций о перспективах промысла часто оказывается очень велик. Так, например, после того, как отечественная модель TISVPA, основанная на принципах робастной статистики, начала систематически применяться на Рабочих группах ИКЕС, стало очевидно, что большинство моделей, использовавшихся там ранее, в периоды резких изменений в динамике запасов оказывались не дееспособны. Классическим примером этому может служить история полученных оценок состояния запасов норвежской весенне-нерестующей сельди и путассу СВА: в периоды роста запаса «классическим» моделям часто занижали, а при резком падении – завышали оценки запаса.

Разработанная совместная российско-норвежская модель TASACS (A Toolbox for Age-structured Stock Assessment using Catch and Survey data) во многом основана именно на робастном подходе к оценке запасов, заложенном в модель TISVPA. Уже из названия модели (оно может быть переведено как «комплекс средств для оценки запасов с возрастной структурой с использованием данных по уловам и съемкам») следует, что разрабатываемый программный пакет достаточно универсален и призван стать одним из основных средств оценки запасов в рамках ИКЕС.

Отметим, что так называемое согласование вида совместной модели было не только сложной научной, но и политической проблемой, поскольку использовавшиеся ранее российская и норвежская модели — это не просто разные подходы и методы, но и разные оценки, которые закладываются в обоснование национальных позиций и отражают национальные экономические интересы.

Литература

- Колмогоров А. Н., Фомин С.В.** 2004. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ.— 572 с.
- Cadigan N.G., and R.A.Myers.** 2001. A comparison of gamma and lognormal maximum likelihood estimators in a sequential population analysis. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 58: P. 560–567.
- Chen, Y., Fournier D.** 1999. Impacts of atypical data on Bayesian inference and robust Bayesian approach in fisheries. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 56: p. 525–1533
- Hampel F.** 2002. Some thoughts about classification. Research Report No. 102. January 2002. Seminar fur Statistik Eidgenossische Technische Hochschule (ETH) CH-8092 Zurich Switzerland. 19 p.
- Hampel F.R., Ronchetti E.M., Rousseeuw P.J., Stahel W.A.** 1986. Robust Statistics: The Approach Based on Influence Functions, Wiley, New York.
- Report** 2005. Joint Russian-Norwegian herring assessment model. Meeting to plan the work, Bergen, 5–7 April 2005.
- Report** 2006. Report from Norwegian-Russian meeting on development of herring assessment model. Meeting 2. Bergen 14–16 February 2006.
- Passarin K.** 2004. Robust Bayesian estimation. UNIVERSITA DELL'INSUBRIA, FACOLTA DI ECONOMIA, 11/2004.
- Rottingen I., Tjelmeland S.** 2003. Evaluation of the absolute levels of acoustic estimates of the 1983 year class of Norwegian spring spawning herring. *ICES Journal of Marine Science*, 60: 480–485.
- Shertzer K.W. Prager M.H.** 2002. Least median of squares: a suitable objective function for stock assessment models? *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 59: 1474–1481.
- Tjelmeland S.** 2004. SeaStar documentation. www.ices.dk/reports/acfm/2004/wgnpbw/seastar.pdf. 36 p.
- Tjelmeland S., Lindstrom.** 2005. An ecosystem element added to the assessment of Norwegian spring spawning herring: implementing predation by minke whales. *ICES Journal of Marine Science*, 62: 285–294.
- Vasilyev D.** 2004. Winsorization: does it help in cohort models? *ICES CM2004/K*: 45.
- Vasilyev D.** 2005. Key aspects of robust fish stock assessment.— М.: VNIRO Publishing. 105 p.
- Vasilyev D.** 2006. Change in catchability caused by year class peculiarities: how stock assessment based on separable cohort models is able to take it into account? (Some illustrations for triple-separable case of the ISVPA model — TISVPA). *ICES CM 2006/O*:18. 35 p.
- Vasilyev D., Tjelmeland S.** 2007. History and modern state of stock assessment methodology for Norwegian spring spawning herring. — Application of new technologies for assessment of marine living resources in the North-Eastern Atlantic. Murmansk- 2007.— P. 28–40.